Universidad Andina Simón Bolívar

Sede Ecuador

Área de Educación

Maestría en Investigación en Educación

Incidencia del método solución de problemas contextualizados en la enseñanza de productos notables y factorización en los estudiantes de Décimo año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Isabel Tobar durante el año lectivo 2021-2022

Sergio Alexander Carrera Guerrero

Tutor: Marlon Alexis Oviedo Oviedo

Quito, 2023

Cláusula de cesión de derecho de publicación

Yo, Sergio Alexander Carrera Guerrero, autor de la tesis intitulada "Incidencia del método solución de problemas contextualizados en la enseñanza de productos notables y factorización en los estudiantes de Décimo año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Isabel Tobar durante el año lectivo 2022-2023", mediante el presente documento dejo constancia de que la obra es de mi exclusiva autoría y producción, que la he elaborado para cumplir con uno de los requisitos previos para la obtención del título de Magíster en Educación en la Universidad Andina Simón Bolívar, Sede Ecuador.

1. Cedo a la Universidad Andina Simón Bolívar, Sede Ecuador, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, durante 36 meses a partir de mi graduación, pudiendo por lo tanto la Universidad, utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, siempre y cuando no se lo haga para obtener beneficio económico. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en los formatos virtual, electrónico, digital, óptico, como usos en red local y en internet.
2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.
3. En esta fecha entrego a la Secretaría General, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato impreso y digital o electrónico.

13 de octubre de 2023

Firma: ________________________

Resumen

La presente investigación fue realizada con el objetivo de diseñar el *método de solución de problemas contextualizados* en la enseñanza–aprendizaje de productos notables y factorización, realizado en la Unidad Educativa Isabel Tobar con los estudiantes de décimo año de Educación General Básica. Dado que, muchos estudiantes a lo largo de la educación secundaria terminan rechazando a las Matemáticas e incluso preguntándose para qué sirve un trinomio cuadrado perfecto, y esto ocurre por varios factores que se producen a la sombra de la enseñanza de esta asignatura, generando un proceso de enseñanza–aprendizaje bastante bajo, donde los conceptos aprendidos no tienen sentido ni utilidad en la vida de los estudiantes. Esta investigación propone utilizar la contextualización en las Matemáticas, mediante la creación de situaciones didácticas de solución de problemas aplicando el *método de resolución de problemas contextualizados* desarrollado en esta investigación, con el objetivo de crear un vínculo entre el estudiante, la realidad que está a su alcance y los conceptos teóricos aprendidos, de modo que, las matemáticas adquieran un significado de utilidad en el alumnado y no sea vista como un conjunto abstracto de fórmulas y conceptos que no tienen sentido.

Las Matemáticas es una asignatura fundamental para el desarrollo científico de una sociedad, y es sobre la cual se sustentan las demás ciencias, el dominio de esta asignatura a causa de un buen proceso de enseñanza–aprendizaje en la educación secundaria es primordial. Los estudiantes opinan que la contextualización le da sentido a los conceptos matemáticos que se aprenden, la manipulación de la realidad despierta el interés y la participación de estos. La contextualización durante el proceso de enseñanza–aprendizaje consolida los conocimientos, los métodos contextualizados encaminan a conectar la realidad con los conceptos teóricos que se encuentran en las ciencias, esta conexión converge en un aprendizaje significativo que da sentido a lo que se aprende.

Palabras clave: contextualización, método de solución de problemas, enseñanza–aprendizaje, Matemáticas

A mi madre Martha Guerrero, por haberme dado la vida y cuidado de mí, para yo estar aquí aportando a la sociedad.

A mis hermanos, porque son y serán mi apoyo a lo largo de vida.

A mis profesores de la Universidad Andina, y en especial al Maestro Alexis Oviedo Oviedo por guiarme y sembrar en mí el amor por la educación.

Tabla de contenidos

Figuras y tablas

Introducción

La presente investigación aborda sobre la enseñanza–aprendizaje de productos notables y factorización mediante el *método de solución de problemas contextualizados*, la necesidad de estudiar esta problemática radica en los problemas que surgen al enseñarla, la mayoría de los estudiantes a lo largo de su vida estudiantil desarrollan una mala experiencia con esta asignatura. De acuerdo con Caballero y Espínola (2016, 144), “los padres de familia y docentes ponen más énfasis en esta área ya que ‘no les gusta’, ‘no le entienden’, ‘les aburre’ y ‘son difíciles’ para muchos estudiantes; por lo que una pregunta obligada es, ¿qué hace que muchos estudiantes rechacen el aprender matemáticas?”. Resulta importante responder a esta pregunta, que la podemos hacer en base a nuestra experiencia educativa. Existen muchos factores que intervienen en el proceso de enseñanza–aprendizaje, tales como el ambiente, el profesor, el estudiante, factores socioeconómicos, la violencia en sus distintas formas, la manera en cómo se la enseña, entre otros.

No obstante, la manera en cómo se enseña esta asignatura merece una especial atención por parte de los docentes instruidos en matemáticas, repensar en la manera como se está enseñando esta asignatura. Las matemáticas configuran un papel importante en los constructos teóricos de las ciencias, ya que permiten validar objetivamente los datos obtenidos del contexto del mundo material que nos rodea. Existen ciencias que tocan con la mano directamente en este mundo material, pero existen otras que se las observa desde lejos, la Física por ejemplo es una rama de las Ciencias Naturales que describe de modo directo el comportamiento de la naturaleza y lo hace en la mayor parte de principios y leyes, que son transformadas a ecuaciones matemáticas. Las ciencias nos permiten comprender este mundo maravilloso en el que vivimos, nos permite tener seguridad al momento de relacionarnos con el mismo. Las matemáticas están detrás de todo lo que el ser humano ha creado.

Por lo anterior, la presente investigación pone énfasis en tratar la manera en cómo se enseña las matemáticas, en un tema específico de las matemáticas que por lo general produce frustración en los estudiantes. Se trabajará en una investigación de enfoque mixto, pero con predominancia a lo cualitativo, gracias a las virtudes de ambos enfoques nos podemos centrar en el fenómeno de estudio a distintos niveles de análisis cualitativo y cuantitativo, subjetivo y objetivo.

Así, el propósito de esta investigación es diseñar el *método de solución de problemas contextualizados*. Mediante esta propuesta se pretende enseñar este tema específico de las Matemáticas, asociándolo con la realidad, es decir, trasladando las Matemáticas a la vida real concreta. Mediante los conceptos y significados reales, se puede promover un aprendizaje eficaz en el alumnado. La necesidad inherente y el beneficio de esta investigación en la enseñanza del tema de productos notables y factorización dentro de las Matemáticas ayudará a los docentes y estudiantes a mejorar el proceso de enseñanza–aprendizaje, así como también fortalecer el aprendizaje significativo. Según el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA), de los estudiantes que rindieron esta evaluación en "Ecuador hay una elevada proporción de estudiantes que rinden por debajo del nivel básico en Matemáticas (70,9%)" (INEVAL 2018, 44). Entonces, es vital realizar la presente investigación, para facilitar a los docentes de enseñanza media en Matemáticas estrategias de mejora para enseñar este tema que muchas veces causa frustración en los estudiantes, tema que es la base para la simplificación de expresiones Matemáticas más complejas. La implementación del método tendrá un impacto positivo en los beneficiarios que son los estudiantes y los maestros, ya que permitirá mejorar el proceso de enseñanza–aprendizaje de las Matemáticas. Es factible llevarla a cabo investigación porque se cuenta con el tiempo necesario para su realización, recolección de datos, procesamiento y elaboración de la propuesta.

La estructura propuesta para la presente investigación consta de la Introducción en la cual se contextualiza a nivel meso y micro de la problemática de enseñar productos notables y factorización en los estudiantes, sin generar un aprendizaje significativo, sin contextualizar el tema enseñado.

El capítulo primero contiene el marco teórico referente a la importancia de contextualizar a la matemática, también presenta los constructos teóricos que orientan la presente investigación como el contexto de la investigación, la perspectiva teórica, el paradigma, la teoría general y sustantiva, el marco conceptual, las hipótesis de investigación y los objetivos. En cuanto al marco metodológico la investigación se desarrolla bajo un enfoque mixto con predominancia a lo cualitativo, de investigación basada en diseño, ya que estructura una metodología para enseñar el tema antes mencionado bajo la contextualización de las matemáticas. Se mencionan las técnicas e instrumentos utilizados, análisis y procesamiento de los datos y la muestra utilizada.

El capítulo segundo contiene el diagnóstico situacional de la Unidad Educativa Isabel Tobar permitiendo conocer el contexto donde se desarrollará la presente investigación. El diagnóstico situacional es la herramienta que permite conocer el estado de la estructura tangible e intangible de una Institución.

El capítulo tercero presenta la propuesta innovadora para la enseñanza de productos notables y factorización mediante el *método de solución de problemas contextualizados*. Además, contiene el desarrollo del cumplimiento de los objetivos de la investigación como es la creación, la evaluación y la implementación del método en la Planificación Curricular Institucional PCI.

El capítulo de conclusiones expone los hallazgos obtenidos en la investigación. Finalmente, los anexos contienen la entrevista y los resultados de esta, la prueba de base estructurada y el documento base para la aplicación del método.

Capítulo primero
Marco Teórico y metodológico de la investigación

La pedagogía es la columna vertebral del proceso de enseñanza–aprendizaje, a medida que el tiempo avanza las sociedades van cambiando a la par que la tecnología va desarrollándose, esta última transformando a todas las esferas productivas de una sociedad y por ende la educación no está exenta de aquel proceso. Por lo anterior, la educación debe encaminarse en un proceso permanente de actualización a los nuevos contextos, dado que, la enseñanza tiene relación íntima con el desarrollo integral del ser humano sus postulados no son inmóviles y pueden ir desarrollándose en función de la nueva sociedad.

En este mismo sentido, a continuación, se presenten los constructos teóricos que orientan la presente investigación como el contexto de la investigación, la perspectiva teórica, el paradigma, la teoría general y sustantiva, el marco conceptual, las hipótesis de investigación, los objetivos y la metodología. El desarrollo de las orientaciones teóricas en una investigación es de suma importancia ya que permite consolidar la práctica con lo teórico, es decir, el marco teórico se constituye en los cimientos sobre el cual se sustenta y aterriza la investigación. Por lo anterior, es necesario realizarlo ya que además su construcción requiere de un proceso minucioso de búsqueda de información pertinente y actualizada.

1. Contexto de la investigación

La investigación se desarrolló en una institución católica de enseñanza media y bajo el contexto del nivel de enseñanza-aprendizaje de las matemáticas que tiene el país de acuerdo con los resultados de la evaluación PISA.

Así, la investigación tiene como objetivo fortalecer el proceso de enseñanza–aprendizaje de las Matemáticas mediante la utilización del método de solución de problemas contextualizados en el tema de productos notables y factorización, destreza que tiene como núcleo el concepto de área fundamental para el avance científico. Los beneficiarios directos de esta investigación son los estudiantes y los docentes que enseñan Matemáticas en la educación secundaria. La enseñanza–aprendizaje de las Matemáticas actualmente presenta dificultades debido al alto fracaso que tienen los estudiantes al aprenderla, son diversos los factores negativos que se generan a la sombra del proceso pedagógico de esta asignatura.

Perspectiva teórica

La perspectiva teórica que guía la investigación es la Teoría Crítica. Una teoría social es crítica en la medida que busca "liberar a los seres humanos de las circunstancias que los esclavizan" (Horkheimer 1982, 244). Los docentes de matemáticas deben actualizarse constantemente en nuevas estrategias y metodologías de enseñanza, liberarse de los métodos de enseñanza–aprendizajes tradicionales que funcionaron en contextos anteriores, actualmente la sociedad ha evolucionado y se ha transformado junto con la tecnología y exige que los procesos educativos se desarrollen. La reflexión de la práctica exige al docente direccionarse por un enfoque liberador transformador que no siga el sistema tradicional sino más bien un sistema horizontal, que permita mejorar la educación. "Una teoría crítica de la educación debe ayudar a los maestros en su práctica educativa" (Wulf 1997, 164). La presente investigación pretende ayudar a los docentes de matemáticas a mejorar su práctica educativa mediante la implementación del método de solución de problemas contextualizados en el tema de productos notables y factorización. Dicho método, se perfila también para ser aplicado a diversos temas de las Matemáticas. Un docente de matemáticas que proponga situaciones didácticas contextualizadas que se encuentran de manera directa en el diario vivir de los estudiantes, les permitirá adquirir un aprendizaje significativo de los conceptos y a la vez despertar el interés por la asignatura.

2. El paradigma de la investigación y las orientaciones teóricas que cimentan la investigación

La presente investigación se desarrolla bajo un paradigma positivista, y las orientaciones teóricas tales como: la teoría crítica, el constructivismo, la matemática en contexto de las ciencias (MCC), la teoría de las situaciones didácticas (TSD) y la teoría de la educación matemática realista (EMR).

2.1. El paradigma positivista

Para empezar, es importante indicar que se entiende por paradigma, de acuerdo con Martínez (2011, 3) el paradigma "constituye una visión de mundo, una manera sistémica, categorizada y estructurada de aprehender, percibir, comprender, explicar y argumentar la naturaleza humana y sus construcciones y/o la naturaleza y características de los objetos que componen el universo y que interesa a las ciencias".

La investigación se enmarca bajo el paradigma positivista por cuanto se pretende explicar el efecto que tiene en el proceso de enseñanza–aprendizaje la aplicación del método de problemas contextualizados en la enseñanza aprendizaje de productos notables y factorización en las Matemáticas. Por lo que Ricoy (2006, 14) afirma que "paradigma positivista se califica de cuantitativo, empírico-analítico, racionalista, sistemático gerencial y científico tecnológico". Por tanto, para la prueba estadística descriptiva e inferencial de hipótesis mediante la medición numérica será este paradigma el que la sustente. El paradigma positivista propio de las ciencias exactas fue adaptado a las Ciencias Sociales, para que mediante análisis numérico y de patrones se pueda expresar sus constructos teóricos mediante leyes o generalizaciones.

2.2. Teoría general

Por otra parte, es importante mencionar que se entiende por teoría general Sautu et al. (2005, 34) menciona que:

> La teoría general está constituida por un conjunto de proposiciones lógicamente interrelacionadas que se utilizan para explicar procesos y fenómenos. Este marco conceptual implica una visión de la sociedad, del lugar que las personas ocupan en ella y las características que asumen las relaciones entre el todo y las partes. Al llevar implícitos los supuestos acerca del carácter de la sociedad, la teoría social, al igual que el paradigma, también influye acerca de lo que puede o no ser investigado, condiciona las preguntas que nos hacemos y el modo en que intentamos responderlas.

Por lo anterior, la teoría general para el siguiente estudio es el constructivismo, por cuanto es la teoría la que guía u orienta la investigación.

2.2.1. El constructivismo

El constructivismo tiene sus orígenes en la psicología evolutiva con Piaget, en el enfoque sociocultural de Lev Vygotsky y el enfoque de aprendizaje significativo de Ausubel, y actualmente "se está convirtiendo en una palabra de uso común entre psicólogos, filósofos y educadores" (Novak 1988, 213). Carretero (2000, 24-5) define el constructivismo como:

> Básicamente puede decirse que es la idea que mantiene que el individuo —tanto en los aspectos cognitivos y sociales del comportamiento como en los afectivos— no es un mero producto del ambiente ni un simple resultado de sus disposiciones internas, sino

> una construcción propia que se va produciendo día a día como resultado de la interacción entre esos dos factores. En consecuencia, según la posición constructivista, el conocimiento no es una copia de la realidad, sino una construcción del ser humano. ¿Con qué instrumentos realiza la persona dicha construcción? Fundamentalmente con los esquemas que ya posee, es decir, con lo que ya construyó en su relación con el medio que le rodea.

Es decir, que el constructivismo indica que el conocimiento es una construcción del ser humano a raíz de su relación con el entorno, sus capacidades y esquemas previos. El constructivismo menciona que las matemáticas se construyen a partir de la solución de problemas, la abstracción reflexiva, la conjeturización y la contextualización, para llegar al conocimiento matemático. Por otro lado, Brousseau (1994, 66) respecto al constructivismo en la matemática menciona que "el aprendizaje se considera como una modificación del conocimiento que el alumno debe construir por sí mismo y que el maestro solo debe provocar". El maestro como mediador está destinado a crear actividades significativas que relacionen los conocimientos anteriores, permitiéndoles construir, asimilar y acomodar el nuevo conocimiento.

En este sentido, el enfoque Psicogenético de Jean Piaget (1896-1980), menciona que, el nivel de cognición de un individuo depende de su nivel intelectual, al principio el individuo no es capaz de resolver un problema, que después de un cierto tiempo el individuo resuelve aquello que al principio no podía hacerlo, el conocimiento se fundamenta en una construcción gradual y progresiva entre la experiencia y el contexto social como un recurso pedagógico. Por otra parte, el enfoque sociocultural de Lev Vygotsky menciona que el aprendizaje es social, nace de la interrelación del individuo con el medio, con los demás seres sociales, enfatiza el aprendizaje cooperativo. Desarrolla el concepto de Zona de Desarrollo Próximo (ZDP). Lev Vygotsky (1978, 86) lo define como "la distancia entre el nivel de desarrollo real determinado por la resolución independiente de problemas y el nivel de desarrollo potencial determinado a través de la resolución de problemas bajo la supervisión de un adulto orientación o en colaboración con compañeros más capaces". Es en esta zona donde el estudiante tiene un encuentro con el contexto social y hacia donde debe dirigirse la educación. La enseñanza situada de Vygotsky "hace referencia a que el conocimiento debe estar situado en aspectos de la realidad para el niño" (Camarena 2021, 78). El aprendizaje tiene lugar en la interacción con el medio, con las personas. "La enseñanza situada hace referencia al ámbito sociocultural como elemento clave para la adquisición de habilidades, además, se desarrolla con trabajo en equipo y cooperativo" (Camarena 2021, 78).

Finalmente, el enfoque del Aprendizaje Significativo de David Ausubel considera el aprendizaje como un sistema activo de proposiciones, de relaciones conectadas entre las ideas previas del estudiante y las nuevas. Los nuevos conocimientos deben ser significativos en los conceptos que ya posee el estudiante. De manera que, las ideas previas del estudiante quedan más cimentadas gracias al encaje de las nuevas ideas. Es por ello por lo que, el nuevo conocimiento debe ser significativo en los estudiantes.

De los tres fundamentos teóricos del constructivismo se logra rescatar que:

1) Según el enfoque Psicogenético, el conocimiento se fundamenta en una construcción gradual y progresiva, donde la persona pasa de la acción concreta, la contextualización a la conceptualización abstracta.
2) Según el enfoque sociocultural, para que se dé el aprendizaje debe haber trabajo colaborativo, grupos de trabajo organizados bajo la mediación del profesor.
3) Y finalmente, el enfoque del Aprendizaje Significativo menciona que, el aprendizaje es activo surge de la relación entre el conocimiento previo y el nuevo conocimiento. Cuando el material potencialmente significativo se relaciona con las ideas previas "el estudiante es capaz de explotar con plena eficacia los conocimientos que posea a manera de matriz ideática y organizadora para incorporar, entender y fijar grandes volúmenes de ideas nuevas" (Bermúdez y López 2016, 25).

Por lo anterior, se observa al estudiante desde el punto de vista del constructivismo como el ente que construye su conocimiento y al docente como el guía, el mediador en la construcción del conocimiento. El maestro como mediador está destinado a crear actividades significativas que relacionen los conocimientos anteriores, permitiéndole al estudiante construir, asimilar y acomodar el nuevo conocimiento. Así, el constructivismo en cuanto al aprendizaje matemático, tomando en cuenta su constructo teórico presenta las siguientes características:

Tabla 1
Aprendizaje desde el enfoque constructivista

El conocimiento Matemático	¿Cómo se adquiere el conocimiento matemático?	¿Qué es en realidad saber matemáticas?
Proposiciones interconectadas consigo mismas y con la realidad (contextualización).	Por construcción, asimilación y reestructuración de los esquemas.	Resolver problemas, establecer relaciones y modelizar situaciones problemáticas.

Fuente y elaboración propias

Así mismo, este enfoque teórico hace énfasis en la interconexión de los conocimientos matemáticos y su construcción a partir de los ya existentes en el estudiante, los cuales garantizarán un aprendizaje significativo de abstracción reflexiva, permitiendo la implementación del método inductivo, la solución de problemas interconectados y contextualizados, la conjeturización y modelización de problemas. Se hace énfasis en un aprendizaje en la acción mediante la manipulación de objetos que le permitirán al estudiante construir el nuevo conocimiento.

2.2.2. Enseñanza–aprendizaje

Por otro lado, es importante analizar el proceso de enseñanza–aprendizaje con la finalidad de entender la relación compleja entre los actores del proceso educativo, ya que la presente investigación analiza directamente las actividades que realiza el docente al interior del aula. De acuerdo con Macías et al. (2012, 4) "la enseñanza es la acción (orientaciones didácticas) mediante las cuales el docente ayuda al estudiante a aprender, por lo tanto, resultado de la enseñanza no siempre es el aprendizaje". Resulta importante resaltar que la enseñanza no siempre implica aprendizaje ya que, puede haber enseñanza de algún conocimiento en particular, pero no haber aprendido algo. Así, de acuerdo con Macías et al. (2012, 4) "el aprendizaje es el proceso activo y continuado que tiene como resultado un cambio de concepto, de comportamiento, de percepción o motivación y el cambio podría ser positivo o negativo". El aprendizaje consigue en el aprendiz mejorar su adaptación en el medio, con las nuevas herramientas adquiridas se genera un cambio que puede ser positivo o negativo en el entorno de todo ser humano. Se resalta la importancia que tiene la educación de generar aprendizajes significativos, procesos de enseñanza–aprendizaje que modifiquen la estructura cognitiva del ser humano. Generar aprendizajes significativos implica un manejo minucioso, con pinzas de la enseñanza.

El proceso de enseñanza–aprendizaje se compone de cuatro elementos que interactúan entre sí, con la finalidad de converger en un proceso continuo, eficiente y óptimo de estrategias de aprendizaje, destrezas, recursos, indicadores, criterios de evaluación, entre otros. Estos elementos componen el triángulo pedagógico de complejas relaciones estudiante–profesor–contenido–familia:

- El estudiante o aprendiz, es quien recibe los conocimientos planificados por el docente. Se relaciona con el contenido disciplinar, la familia y el contexto.
- El docente, es quien interactúa con el estudiante a fin de transmitir el contenido, media y acompaña al estudiante.
- El contenido disciplinar, es aquella estructura sistemática y comprobada de proposiciones e ideas sobre los fenómenos de la naturaleza, agrupados en estructuras llamadas ciencias. Estos conocimientos se trnasmiten mediante una debida planificación desde el profesor al estudiante.
- La familia, es el actor que interactúa con el estudiante y el establecimiento educativo. No es un ente aislado, más bien cumple un papel fundamental dentro del proceso de enseñanza–aprendizaje, “el involucramiento familiar es uno de los factores más determinantes del éxito escolar de los niños, ya que las familias juegan un rol clave en el desarrollo cognitivo, social y emocional de sus hijos, desde el nacimiento hasta la adolescencia” (Weiss 2014, 11).

Figura 1. Triángulo pedagógico
Fuente y elaboración propias

En este sentido, en la relación existente entre los cuatro elementos del conjunto proceso enseñanza–aprendizaje, tanto la familia como el maestro determinan la formación del estudiante desde dos aristas diferentes, pero guardan relación y aspectos comunes en el proceso de formación, la comunicación entre estos dos elementos es fundamental; entre el profesor y el estudiante existe una relación de mediación, se establecen contratos didácticos y surgen obstáculos pedagógicos que entre los dos actores los van superando; el maestro se relaciona con el contenido disciplinar lo transforma y lo adapta al proceso de enseñanza de acuerdo con la pedagogía; la relación de la familia con el estudiante es de tipo directa, se establecen normas, reglas de convivencia, se dan las primeras enseñanzas direccionadas a la formación del estudiante y este a su vez no es un mero receptor de conocimientos sino que también aporta al ciclo, creándose un bucle de interrelaciones en un triángulo equilátero con responsabilidades compartidas.

Resulta de importancia, tomar en cuenta la relación compleja que existe entre los actores del proceso educativo, si falla uno de ellos la educación no será eficiente, las acciones de cada actor determinarán el éxito de la enseñanza–aprendizaje. Por lo que, si el docente no enseña adecuadamente una asignatura, difícilmente logrará darle significado en el estudiante a los conceptos abstractos y muchas veces descontextualizados que se encuentran en las Ciencias. De acuerdo con Robles y Ortiz (2020, 4) "el educador debe estar preparado para hacer partícipe al alumno del nuevo conocimiento que se va a adquirir. De igual forma, debe estar dispuesto y tener competencias importantes para convertir el aula en un entorno de aprendizaje valioso, haciendo partícipe a los estudiantes de la solución de conflictos dentro del ambiente educacional y de aprendizaje".

3. Teoría sustantiva

La Teoría sustantiva tiene que ver con aspectos más acotados, proposiciones teóricas de la investigación, dentro de la didáctica de las matemáticas se encuentran aspectos como la contextualización, la teoría de las situaciones didácticas (TSD), teoría de la Educación Matemática Realista (EMR), Teoría Matemática en el Contexto de la Ciencia (TMCC) y la Didáctica de la Matemática según el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM). En la investigación se las ha tomado en cuenta por cuanto sus constructos teóricos abordan lo referente a la contextualización de la matemática por medio de métodos y estrategias y enfatizan la importancia de darle significado de utilidad a las matemáticas en la vida de los estudiantes. Para el objeto de conocimiento, se ha tomado en cuenta la didáctica de las matemáticas desde la propuesta del NCTM ya que sus ideas están siendo abordadas y aplicadas para la mejora del proceso de enseñanza–aprendizaje de las matemáticas.

3.1. Uso de métodos contextualizados en matemática: una propuesta para mejorar la educación ¿Por qué una matemática contextualizada?

Dentro de la estructura de cada sociedad la educación cumple un rol importante, de acuerdo con Foucault (1975, 210) menciona que "la educación es generadora de saber y en su esencia, constituye poder". La educación debe generar conocimientos significativos que se apliquen en la vida, herramientas que permitan desenvolverse en las diferentes aristas del quehacer cotidiano. El poder de conocer, de saber se logra cuando las personas han pasado por un proceso de enseñanza aprendizaje de calidad. Las ciencias contienen los constructos teóricos del funcionamiento del mundo que nos rodea, resultado de un arduo trabajo de investigación. Las ciencias guardan íntima relación con el mundo material tratan de explicar el funcionamiento, comportamiento de los objetos, "la ciencia es especial. Constituye el mejor modo del que disponemos para conocer cómo funciona el mundo y todo o que hay en él… lo cual nos incluye a nosotros" (Bynum 2014, 9).

Con la educación, los constructos teóricos de las ciencias son enseñados al ser humano a través de los diferentes niveles educativos y a su vez a la sombra de esta actividad se originan los conflictos pedagógicos de aprendizaje y de enseñanza que invita a preguntarnos ¿cómo la educación transmite los conocimientos de las ciencias? y también preguntarnos siendo más específicos con relación a las Matemáticas como ciencia ¿Qué son las matemáticas? ¿Me gustan las matemáticas? ¿He utilizado el trinomio cuadrado perfecto en mis actividades cotidianas? Son preguntas bastante relevantes de contestarlas, que podemos hacerlas basándonos en la experiencia educativa que hemos atravesado desde la niñez, adolescencia y la adultez. Sin duda alguna, la matemática como una forma de pensamiento ocupa un espacio importante en la sociedad, en algunas es considerada como un componente valioso para el avance científico, ya que, coadyuva a mejorar la calidad de vida de esta.

La matemática es un arte, que describe a pincelazos el mundo en que vivimos, no cualquiera puede ser el artista. Así como, hay diferentes maneras de juzgar una pintura de acuerdo al modo como el pintor la presente, a las matemáticas también las podemos juzgar de diversas maneras de acuerdo a cómo el profesor la enseña, es así como a raíz de la enseñanza–aprendizaje en las matemáticas existe una "fuerte presencia de clases de matemática casi ausentes de experiencias de aprendizaje continuas y sistematizadas que permitan a los estudiantes construir concepciones sobre la matemática, y su enseñanza y aprendizaje, de tipo constructivista y significativo" (Arias y Rodríguez 2014, 129). Estos son los resultados de una enseñanza–aprendizaje de las matemáticas tradicionales, que no genera aprendizajes significativos en los estudiantes y que termina por crear actitudes e intereses mínimos hacia esta disciplina; produciendo "alumnos que, […] se «hacen» en el rechazo a las Matemáticas y no «nacen» […] que tiene mucho que ver con la enseñanza–aprendizaje de las mismas" (Hidalgo y Palacios 2004, 93). Por esta razón, el proceso de enseñanza–aprendizaje debe ser manejado con pinzas, el docente de matemáticas tiene en sus manos el poder de contribuir con una enseñanza–aprendizaje óptimos de las matemáticas en el aula.

Ahora bien, analizando la pregunta ¿Me gustan las matemáticas? Invariablemente las respuestas que surjan a esta pregunta son, es que: (a) "Yo era fatal con las matemáticas, pero no es culpa mía, es que el profesor era horroroso al enseñar", (b) ¿y eso de las matemáticas para que sirve? ¡En mi vida he aplicado un trinomio cuadrado perfecto! En ambos casos, se evidencia el problema pedagógico que surge a raíz de la enseñanza–aprendizaje de las matemáticas "tradicionalmente la matemática es de las materias que generalmente menos entusiasma a los estudiantes, rechazándolas en la mayoría de los casos al tildarlas de difíciles y carentes de uso posterior en la vida, reconociendo en todo momento su carácter abstracto" (Ruiz 2008, 4).

¿Para qué sirven las matemáticas? En la educación primaria y secundaria se estudia un currículo mandatorio por el Ministerio de Educación, dentro del cual se encuentran las matemáticas como una asignatura obligatoria que forma parte del tronco común, esta asignatura se estudia a lo largo de los grados o cursos de la educación primaria y secundaria, en cada curso el nivel de progresión de los aprendizaje se incrementa, y el profesor por lo general trasmite los conocimientos matemáticos sin que estos, en muchas de las ocasiones tengan una utilidad, "el profesor copia o dicta la materia y el estudiante debe copiarla en silencio. Se asigna ejercicios similares en donde el alumno debe reproducir el procedimiento" (Arias y Rodríguez 2014, 145). Las matemáticas merecen un tratamiento especial al momento de enseñarlas, pues "la enseñanza y aprendizaje de las matemáticas constituye un tema fundamental en educación por las dificultades que se presentan en el aula, los resultados a nivel internacional de diversas pruebas estandarizadas y la poca aceptación de esta ciencia por parte de los estudiantes" (Sánchez 2017, 7).

Se debe entender que, por un lado las matemáticas están detrás de los edificios, puentes, computadoras, celulares, y por otro lado que las ciencias funcionan por la creatividad e intuición y las matemáticas doman esta creatividad e intuición, y que hay ciencias que tocan su aplicación con la mano como las Ciencias Naturales, pero, hay otras que se las observa desde lejos, la matemática es el soporte de las ciencias "es un lenguaje con el cual la humanidad manifiesta un ligero entendimiento de cómo se expresa la madre naturaleza y es un importante medio para entender todo lo que nos rodea" (Brito 2016, 1). Contextualizar a las matemáticas cuando se enseña, es la clave para ser aprendida.

> Las actividades industriales, la biología, la medicina, la química, la física, la arquitectura, la ingeniería, la robótica, las artes, la música, entre otras, la usan para expresar y desarrollar muchas ideas en forma numérica y analítica; la matemática es considerada la expresión de la ciencia y de la técnica. (Brito 2016, 1)

Las matemáticas utilizadas en situaciones cotidianas del diario vivir, permite a los estudiantes comprender la utilidad de esta ciencia, una ciencia que en muchas de las veces termina siendo no querida por los estudiantes y debido a ese sentimiento surgen problemas de aprendizaje en los mismos. Asociando las Matemáticas con la realidad, es decir, trasladándola a la vida real concreta y mediante los conceptos y significados reales, se puede promover un aprendizaje eficaz en el alumnado. A continuación, se presentarán varias teorías que fortalecen la importancia de abordar la enseñanza–aprendizaje de las matemáticas mediante la contextualización en situaciones didácticas que, resulten significativas para los estudiantes.

3.2. Teoría de las situaciones didácticas (TSD)

De acuerdo con Brousseau (1982, 39) en su texto *Ingénierie didactique. D' un problème à l'étude à priori d'une situation didactique* define a las situaciones didácticas como:

> Un conjunto de relaciones establecidas explícita y/o explícitamente entre un alumno o un grupo de alumnos, un cierto medio (que comprende eventualmente instrumentos u objetos) y un sistema educativo (representado por el profesor) con la finalidad de lograr que estos alumnos se apropien de un saber constituido o en vías de constitución.

Por lo que, una situación didáctica se constituye como actividad intencional que tiene como fin que los estudiantes comprendan un determinado conocimiento. La teoría de las situaciones didácticas fue desarrollada en la didáctica de las matemáticas. En los principales textos de didáctica de las matemáticas revisados en cursos de pedagogía, todos pretenden establecer un conjunto de directrices sobre la manera de enseñar los contenidos matemáticos hacia los estudiantes, tomando en cuenta el nivel de educación y abstracción respectivo. Las situaciones didácticas para la investigación propuesta corresponden a la solución de problemas contextualizados, que permitirá hacer una transposición didáctica, teniendo a los estudiantes como actores y constructores que aplican los conocimientos adquiridos a situaciones propuestas por el docente, es decir permitirles pasar de la descontextualización (ideas abstractas) a la contextualización (ideas concretas), lo que les dará un mayor sentido a los conocimientos adquiridos en la enseñanza. Las situaciones didácticas establecen la responsabilidad que tiene el docente en matemáticas y cualquier otro docente al momento de enseñar.

El docente debe aplicar situaciones que generen un aprendizaje significativo en los estudiantes, "la competencia del profesor de matemática es un aspecto esencial en el desarrollo del proceso de enseñanza aprendizaje de esta disciplina, lo cual incluye, […] no solo un profundo dominio del contenido matemático, sino también del pedagógico y de la didáctica de la matemática" (Ruiz 2008, 4). En efecto, el aporte de esta teoría a la investigación resulta valioso por cuanto, se comparte la idea de la *situación didáctica* como algo que el docente ha construido con la finalidad de mejorar el proceso de aprendizaje en los estudiantes, para la investigación se pretende construir la situación didáctica, en actividades donde se muestre al estudiante un problema contextualizado a resolver, que son problemas de aplicación en la vida cotidiana de los estudiantes y que pueden ser resueltos con la ayuda de otras ciencias y también problemas pensados en las futuras profesiones de los estudiantes, problemas que buscan darle sentido a los conceptos abstracto de productos notables y factorización, tema que es fundamental dentro del álgebra que sirve para la modelización de situaciones mucho más complejas en las ciencias.

Por otra parte, esta teoría enfatiza la responsabilidad del docente al momento de diseñar las situaciones didácticas, el docente debe proponer actividades que sean significativas que vayan a contribuir en el fortalecimiento de los conceptos matemáticos aprendidos, y también que le den sentido a dichos conceptos abstractos, que muchas veces descontextualizan al estudiante del mundo físico y desconocen la utilidad de lo aprendido. “Así, Situación Didáctica se refiere al conjunto de interrelaciones entre tres sujetos: profesor–estudiante–medio didáctico” (Chavarría 2006, 2).

La teoría además, propone que existan espacios que se caractericen por la interrelación del estudiante con el medio o un problema propuesto e invita a que sean los estudiantes quienes tomen el rol activo en la solución del problema (situación adidáctica), un problema puede ser resuelto de muchas maneras, la idea es que el docente guíe mediante pistas o interrogantes a los estudiantes en la solución de los problemas utilizando los conceptos aprendidos en la clase (Proceso de devolución), “la interacción entre los sujetos de la Situación Didáctica acontece en el medio didáctico que el docente elaboró para que se lleve a cabo la construcción del conocimiento (situación didáctica) y pueda el estudiante, a su vez, afrontar aquellos problemas inscritos en esta dinámica sin la participación del docente (situación adidáctica)” (Chavarría 2006, 2).

Por otra parte, el docente debe establecer reglas (conjunto de comportamientos) significativas de enseñanza–aprendizaje en función de las actividades a realizar en la Situación Didáctica a lo que se le denomina (contrato didáctico), como por ejemplo aceptar que existen varios caminos de solución a un problema, evaluar el progreso del estudiante más no la respuesta final, evitar que la Situación Didáctica sea solo problemas a resolver, entre otros. Así mismo, la transposición didáctica se refiere a las “adaptaciones del saber que hacen (o por lo menos, pretenden hacer) posible su integración en la enseñanza” (Calvo 2001, 9). La transposición didáctica permite al docente adaptar el conocimiento que proviene de la comunidad matemática a la realidad del estudiante, es decir que el conocimiento en estado puro pasa por un proceso de adaptación para ser comprendido por los receptores. Dentro de la Teoría de la Situación Didáctica se señalan cuatro efectos que surgen a la sombra de la aplicación del método, que son de acuerdo con Brousseau (1982, 42) son:

Efecto Topaze, Brousseau señala que surge cuando el profesor asume la solución del problema cuando ha indicado el procedimiento a seguir, entonces el estudiante resuelve el problema, pero no ha sido por su propio esfuerzo.

Efecto Jourdain, Brousseau señala que surge cuando el profesor para darle ánimos a un estudiante le dice que “está bien” a una respuesta incorrecta que ha lanzado el estudiante.

Deslizamiento Meta–Cognitivo, Brousseau señala que surge cuando se considera una parte de la teoría, como la teoría en sí mismo. “Consiste en la actitud de tomar una heurística en la resolución de un problema y asumirla como el objeto de estudio" (Chavarría 2006, 4).

Uso abusivo de la analogía, Brousseau señala que surge cuando se utiliza demasiadas analogías y se reemplaza en la solución del problema original.

Tipos de Situaciones didácticas

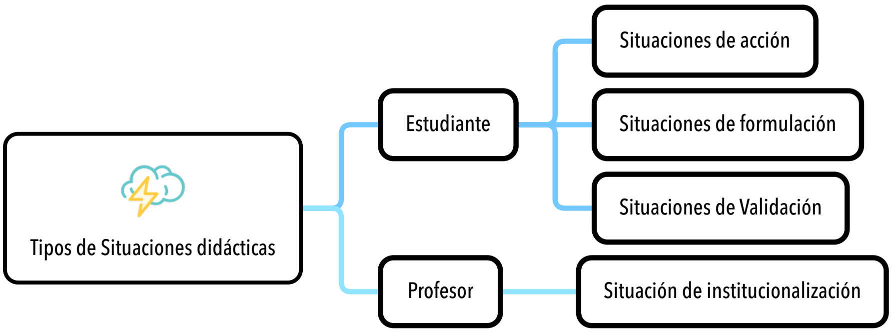


Figura 2. Tipos de situaciones didácticas por Brousseau
Fuente y elaboración propias

Brousseau señala que existen varias situaciones para el aprendizaje de un conocimiento, estas son tanto para el estudiante como para el profesor:

La *situación de acción*, Brousseau señala que se trata de la presentación del problema o la situación a resolver al estudiante. La *situación de formulación*, Brousseau señala que se da en la interrelación de ideas del estudiante consigo mismo, con otro estudiante o el profesor. En esta situación trata de plasmar los conceptos matemáticos a la solución del problema o situación. La *situación de validación*, Brousseau señala que ocurre cuando el estudiante expone sus ideas al receptor, justificando matemáticamente la solución del problema. Se establece un debate de retroalimentación que dan paso a nuevos procesos de aprendizaje. La *situación de institucionalización*, Brousseau señala que esta situación le corresponde al profesor donde consolida y fortalece el nuevo conocimiento adquirido, se da al final a modo de conclusión luego de haber trabajo en las tres etapas anteriores.

3.3. Teoría de la Educación Matemática Realista (EMR)

Las Matemáticas forman parte de la actividad del hombre de su diario vivir, su uso depende de la situación en la que se encuentre. La teoría de la Educación Matemática Realista con su fundador el Dr. Hans Freudenthal, nace en Holanda como reacción y oposición a las corrientes pedagógicos-didácticas-psicológicas de los años 70 y al enfoque mecanicista, tradicional de la enseñanza de las Matemáticas. La teoría se basa en tres ideas esenciales para enseñar a las matemáticas de acuerdo con Freudenthal (1991) son: (a) Considerar a la matemática como una actividad humana (matematización), (b) Entender que la matemática para su aprendizaje debe pasar por diferentes niveles con una enseñanza significativa (reinvención guiada-heterogeneidad cognitiva), (c) La búsqueda de contextos y situaciones didácticas que puedan ser organizadas matemáticamente (fenomenología didáctica).

En este mismo sentido, "desde el enfoque de esta teoría, la matemática no es una conexión de temas separados y aislados, la EMR enfatiza la interrelación de las ideas matemáticas y su utilidad" (Rodríguez 2013, 92). Lo anterior, enfatiza en la importancia de evidenciar en los estudiantes las interrelaciones que tiene la matemática en las demás ciencias y su utilidad en el desarrollo de nuevas teorías. "La imagen de la matemática se enmarca dentro de la imagen del mundo, la imagen del matemático dentro de la del hombre y la imagen de la enseñanza de la matemática dentro de la sociedad" (Freudenthal 1991, 132). Para Freudenthal la actividad humana es susceptible de ser matematizada, de ser organizada y sistematizada. De Acuerdo con Zolkower y Gallego (2006, 12):

> Son características principales de esta corriente: a) los contextos y situaciones problemáticas realistas como generadores de la actividad matematizadora de los alumnos; b) el uso de modelos, esquemas, diagramas y símbolos como herramientas para representar y organizar estos contextos y situaciones; c) la centralidad de las construcciones y producciones de los alumnos en el proceso de enseñanza/aprendizaje; d) el papel clave del docente como guía; e) la importancia de la interacción tanto grupal como de toda la clase y, f) la fuerte interrelación e integración de los ejes curriculares de la matemática.

Los docentes de Matemáticas deben desarrollar procesos de enseñanza–aprendizajes contextualizados que ayuden al estudiante a comprender los conceptos que se encuentran involucrados en la asignatura. Las ciencias permiten al hombre comprender los fenómenos y las matemáticas se constituye en los cimientos de ellas.

3.4. La Teoría matemática en el contexto de las ciencias (TMCC)

Las ciencias constituyen aquellos esfuerzos valiosos del hombre por tratar de explicar el mundo en el que vivimos, para permitirnos tener seguridad al momento de relacionarnos con la naturaleza. Las matemáticas se constituyen en el soporte de las ciencias, al momento de enseñarlas se debe trabajar con una matemática contextualizada que les permita a los estudiantes relacionar, esta ciencia con las áreas de conocimiento de su futura profesión y con actividades de su vida cotidiana, ya sea con proyectos o problemas contextualizados. La Teoría Matemática en el Contexto de las Ciencias (Camarena, 1984; 1995; 2000) es una teoría que se ha desarrollado por medio de investigaciones en el Instituto Politécnico Nacional de México, el cual reflexiona sobre la relación que debe tener la matemática con las ciencias, con situaciones del diario vivir, y con actividades profesionales y laborales; esta teoría hace énfasis en llevar a las Matemáticas a diversos campos de las Ciencias mediante la contextualización por lo que, "se quiere construir una matemática con sentido para el estudiante, que le permita su aplicación en la praxis social de la profesión, que le ayude a desarrollar competencias profesionales, laborales y para la vida" (Camarena 2021, 65).

Por ejemplo, se puede contextualizar el tema de los productos notables y la factorización en la biología, para analizar el crecimiento de alguna población, el tiempo de vida de un compuesto químico, entre otros. "La enseñanza tradicional genera conocimientos aislados y sin significado para el estudiante ya que carecen de sentido las materias de matemática que estudian. Es decir, los estudiantes observan una gran aridez en la matemática" (55).

> La teoría matemática en el contexto de las ciencias (TMCC) es una teoría que mira el proceso de enseñanza y aprendizaje como un sistema en el que intervienen el currículo, la cognición del estudiante, la epistemología de los temas y conceptos, los elementos relacionados con los docentes y la propia didáctica, que constituyen así las cinco fases de la teoría: curricular, cognitiva, didáctica, docente y epistemológica; además, hacen presencia factores de tipo emocional, social, económico, político y cultural. (Camarena 1999, 28)

Dentro de este marco, "las Fases de la Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias son áreas del conocimiento en donde inciden las problemáticas que aborda la TMCC, junto con las metodologías, procesos y constructos que construye la misma para abordar las problemáticas" (67).

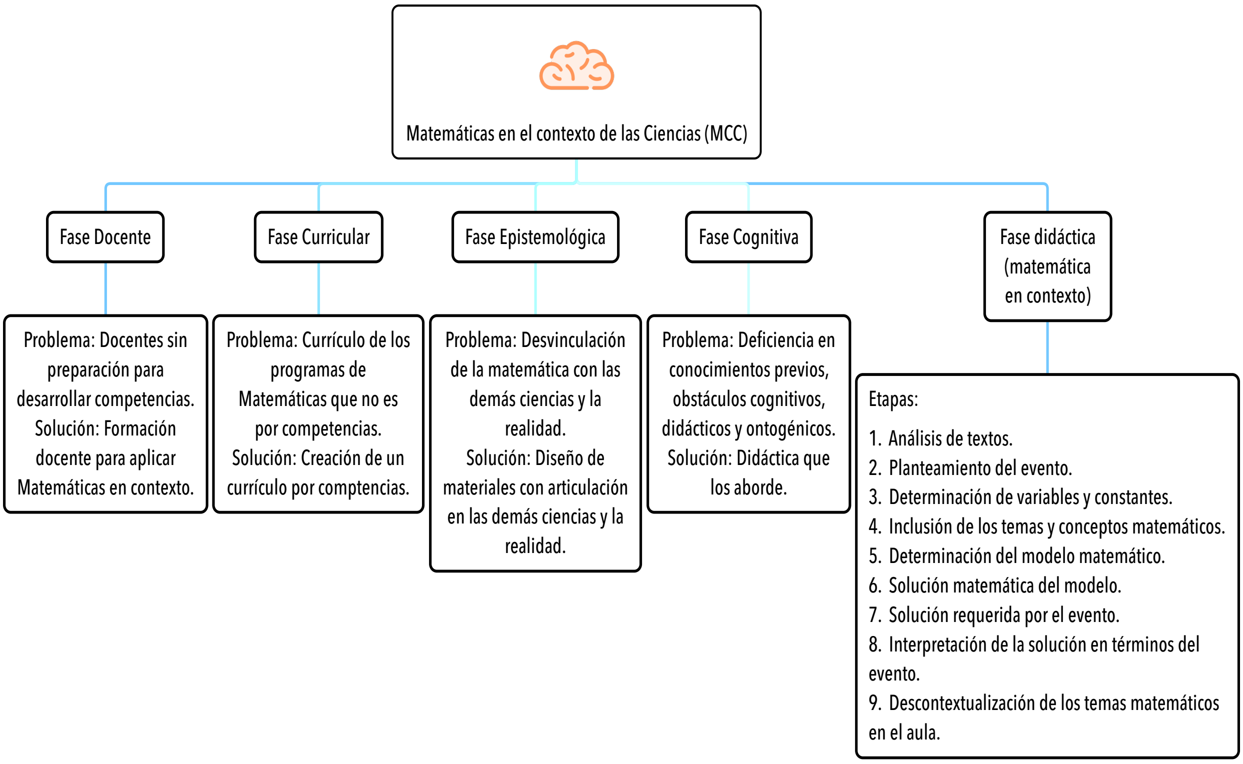


Figura 3. Fases de la TMCC
Fuente: Camarena (2021, 85)

Es así que, la fase curricular desarrollada desde 1982 de acuerdo a Camarena (1999) comprende el diseño de programas de estudio de carácter objetivo por competencias para abordar el problema de la planificación tradicional, la fase cognitiva desarrollada desde 1992 analiza al estudiante como un todo desde la perspectiva del constructivismo con sus tres pilares: el enfoque Psicogenético de Jean Piaget, el enfoque sociocultural de Lev Vygotsky y el enfoque de aprendizaje significativo de Ausubel, la fase didáctica desarrollada desde 1987 estudia la interacción entre estudiante–profesor y las fases didácticas de la TMCC que hacen referencia a cómo aplicar la contextualización en el aula, la fase docente desarrollada desde 1990 contempla la realidad, las características y la didáctica de los docentes de matemáticas, problemas como el desconocimiento de la interdisciplinariedad de las matemáticas. Finalmente, la fase epistemológica desarrollada desde 1988 contempla a las Matemáticas como el sustento objetivo de las Ciencias y su articulación con la profesión. Así pues, la TMCC surge del:

> Requerimiento de una matemática con sentido y que motive al estudiante, que construya el conocimiento, que pueda aplicar la matemática en problemas de su ámbito social, que desarrolle modelación matemática. Se tienen problemas curriculares con los programas de matemática, de didáctica, con docentes, de cognición del alumno, con desvinculación

> entre la matemática y la profesión. Se precisa de formación en actitudes y valores, el manejo integral de saberes, desarrollo de competencias matemáticas de la profesión. Se necesita el desarrollo de habilidades del pensamiento y que el estudiante sea creativo, crítico y analítico. (Camarena 2021, 66)

Por otra parte, la contextualización en la TMCC se fundamenta en tres fuentes y niveles cognitivos de abordaje: en el primer nivel, están las situaciones de la vida cotidiana, nivel idóneo para la educación básica y puede ser utilizado también en todos los niveles educativos, como segundo nivel están las demás Ciencias que estudian los estudiantes y forman parte del currículo de estudios nivel idóneo para la educación secundaria, Bachillerato y la Universidad; y en el nivel superior se encuentran las actividades profesionales y laborales futuras de los estudiantes; idóneo para el nivel Universitario y profesiones técnicas. "Parte de los propósitos de la Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias son abordar las problemáticas planteadas, así como lograr el sentido social de esta teoría" (Camarena 2021, 66). No obstante, el aporte de esta teoría resulta valioso por cuanto se recalca la importancia de dar significado mediante la contextualización a los conceptos aprendidos en las Matemáticas, mediante situaciones concretas útiles del diario vivir y sobre todo permitirá ver a las matemáticas como una ciencia no aislada del mundo material, sino como la base de las demás Ciencias y como una Matemática para la vida.

Además, los conceptos matemáticos tendrán mayor sentido en los estudiantes cuando estos se relacionen con actividades del contexto, de la realidad que manipulan directamente y también se los relacione con situaciones y herramientas de otras Ciencias. "Las demás ciencias recurren a la matemática, empleándola como herramienta para realizar la más precisa reconstrucción de las complejas relaciones que se encuentran entre los hechos y entre los diversos aspectos de los hechos" (Bunge 1975, 7). La TMCC es una teoría desarrollada para el nivel de educación superior en estudiantes de ingeniería, pero sus constructos teóricos pueden ser llevados a otros niveles de educación debido a que utiliza las teorías del aprendizaje que son aplicadas en la educación secundaria y también porque estudia el problema de la enseñanza–aprendizaje de las matemáticas "el alto índice de fracaso en Matemáticas está condicionado por la falta de motivación, los métodos de enseñanza y las actitudes por parte de los alumnos y/o del profesor" (Fernández 2013, 5).

3.5. El objeto del conocimiento

El objeto de conocimiento para la investigación es la Didáctica de las Matemáticas. En los principales textos de didáctica de las matemáticas revisados en cursos de pedagogía, todos pretenden establecer un conjunto de directrices sobre la manera de cómo enseñar los contenidos matemáticos hacia los estudiantes tomando en cuenta el nivel de educación, la edad y abstracción respectiva. Al respecto Martínez y Sánchez (2016, 20) menciona:

> La didáctica de las matemáticas centra su interés en todos aquellos aspectos que forman parte del proceso de enseñanza-aprendizaje (metodologías y teorías de aprendizaje, estudio de dificultades, recursos y materiales para el aprendizaje, etc.) de este campo de conocimiento, facilitando a maestros y profesores herramientas necesarias para impartir la docencia sobre unos cimientos consistentes, orientándole y guiándole en el ejercicio de su profesión en beneficio del aprendizaje de sus alumnos.

Desde la pedagogía crítica, la Didáctica de la Matemática debe constituirse como una disciplina problematizadora y dialógica, que promueva la reflexión, la crítica y la acción, que ayude a los docentes a mejorar su práctica dentro del aula, y al mismo tiempo los maestros reflexionen sobre el contenido que imparten a la par que toman consciencia de que sus acciones pedagógicas influyen en los estudiantes. En matemáticas no es desconocido que muchos estudiantes terminan asociándola como una asignatura llena de problemas a resolver y conceptos abstractos que no tienen sentido, esto se debe a que muchas de las veces se presenta el contenido matemático dentro de las aulas de manera instrumental y con un fuerte carácter abstracto de símbolos, terminando con un sin sentido de los conceptos matemáticos en las situaciones cotidianas de los estudiantes. El estudio de nuevos métodos aplicados a las matemáticas resulta de suma importancia para minimizar la problemática que surge a la sombra de la enseñanza y aprendizaje de esta asignatura. Los métodos contextualizados aplicado dentro de la matemática durante su enseñanza en el aula ayudarían a presentarla como asignatura con sentido de utilidad en la vida cotidiana de los estudiantes. Por todo lo anterior, se puede concluir que la Didáctica de la Matemática es una disciplina fundamental para el mejoramiento de la enseñanza–aprendizaje de esta asignatura, la innovación en métodos de resolución de problemas y la contextualización son factores primordiales a la hora de enseñar matemáticas.

3.5.1. Didáctica de la matemática según el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM)

Al mismo tiempo, desde la parte curricular y en cuanto al manejo de las Matemáticas en la Educación, el Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (NCTM) fundado en Estados Unidos en 1920, actualmente consolidado como la organización de educación matemática más grande del mundo, propone ideas innovadoras sobre la dirección que deben tener las matemáticas en el currículo y dentro de las aulas. La NCTM (2000, 2-3), menciona que los principios curriculares que deben orientar la acción educativa deben ser: Igualdad, Currículum, Enseñanza, Aprendizaje, Evaluación, Tecnología. Estos principios rectores se constituyen en una progresión coherente de aprendizaje de las Matemáticas a lo largo de todos los niveles de estudio de la educación primaria y secundaria.

De igual manera, el NCTM propone 10 estándares curriculares que definen los contenidos esenciales que los estudiantes deben dominar para la continuación de sus estudios en las Matemáticas. Los primeros cinco estándares se enmarcan en contenidos y se formulan con base en unidades de aprendizaje matemático. Según el NCTM (2000, 3-4) estas unidades de aprendizajes son "Números y Operaciones, Álgebra, Geometría, Medida y Análisis de datos y Probabilidad". Los segundos cinco estándares son de procesos cognitivos planteados por el NCTM (2000, 4); estos son "Solución de Problemas, Razonamiento y Demostración, Comunicación, Conexiones y Representación".

En efecto, como menciona el NCTM las Conexiones–Representaciones y la Solución de problemas que puedan realizarse dentro de las Matemáticas ayudará a fortalecer el aprendizaje en el estudiantado, cuando los alumnos conectan las diferentes ideas Matemáticas con el mundo físico y las representan en los cuerpos físicos hará que su comprensión sea más significativa y duradera; así mismo, cuando las Matemáticas se relacionan con otras disciplinas, se profundiza en la utilidad que tienen para generar conocimiento, llegan a ver las Matemáticas como un todo coherente que aporta significativamente al hombre, que contribuyen a mejorar su calidad de vida, este debe ser el objetivo principal al momento de enseñar esta Ciencia por parte de los profesores, conjuntamente con el compromiso de los directivos de la Institución y legisladores públicos.

De acuerdo con el NCTM (2000, 4) "cuando los estudiantes acceden a las representaciones Matemáticas y las ideas que expresan, y cuando pueden crear representaciones para capturar conceptos o relaciones Matemáticas, adquieren un conjunto de herramientas que amplían significativamente su capacidad para modelar e interpretar fenómenos físicos, sociales y matemáticos". En esta misma línea, Trejo y Camarena (2010, 839) concluye que "los problemas contextualizados han posibilitado darle significado a las Matemáticas al mostrar al alumno donde aplicarlas en su vida profesional o laboral cobrando interés por su estudio". Cuando se asocia el conocimiento con la realidad se generan procesos cognitivos de mayor significancia en el estudiante ya que le encuentra sentido a lo que está aprendiendo, conecta los conceptos teóricos con la realidad. En su trabajo de fin de máster Ochoa (2016, 4) concluye, "en Matemática, la solución y contextualización de problemas, cada día ocupa un lugar más destacado en los procesos de enseñanza–aprendizaje como vía de motivación para el alumno y abstracción de conceptos de una forma más práctica y cercana al educando".

Lo anterior, pone en evidencia la importancia del abordaje de un buen proceso de enseñanza de las Matemáticas, se trata de resolver el problema pedagógico que ocurre a la sombra del proceso de enseñanza–aprendizaje de esta asignatura. "Si lo que deseamos es una Matemática llena de sentido para los estudiantes, ésta debe estar vinculada al contexto de la vida del alumno" (Wells, 1999). La educación debe manejarse con pinzas; todo lo que se realiza al interior del aula o de manera exterior afectará de manera directa a los estudiantes, una sociedad bien educada contribuye eficazmente al desarrollo de esta; y las matemáticas son el soporte de los grandes avances científicos que tenemos hoy en día. "La matemática es abstracta, lo cual se relaciona con la necesidad de buscar una didáctica específica" (Camarena 2021, 55). A continuación, se presentan teorías didácticas que sustentan las ideas del NCTM y que guían la presente investigación.

4. Marco conceptual

4.1. La contextualización

La EMR hace énfasis en el trabajo en el aula, mediante la solución de problemas relacionados al contexto y a situaciones realistas de la actividad humana para dar lugar a la matematización. Esta actividad permite consolidar el aprendizaje en los estudiantes, fomentar la criticidad de resolver problemas de la vida cotidiana desde la perspectiva matemática. "La contextualización realista ayuda a los alumnos a imaginar las situaciones planteadas, esquematizarlas mediante las cuentas y resolver cada problema"

(Zolkower y Gallego 2006, 18). La contextualización realista que propone Freudenthal difiere fuertemente de la actividad que ocurre dentro de las aulas, donde aún se manejan procesos de enseñanza–aprendizaje que no generan aprendizajes significativos en los estudiantes, procesos tradicionales que no aportan a una educación de calidad, "que un contexto sea o no realista depende de las experiencias de los alumnos y de su capacidad para imaginarlo. En otras palabras, los contextos y situaciones pueden decirse realistas sólo en la medida en que logran interpelar a los sujetos que aprenden" (Zolkower y Gallego 2006, 19). Las situaciones que se encuentran al alcance de los estudiantes producen aprendizajes significativos, cuando los estudiantes logren enlazar su diario vivir al contexto con los conceptos aprendidos en las asignaturas, tendrán una experiencia que les durará a lo largo de su aprendizaje.

4.2. La progresión matemática

Dentro de la EMR se identifican la modalidad de matematización horizontal y la vertical. De acuerdo con Freudenthal, (1991) y Treffers (1987) citado en Zolkower y Gallego (2006, 20):

> La primera se refiere a la organización de situaciones del mundo real por medio de herramientas matemáticas y se basa en la observación, la intuición, el sentido común, la aproximación empírica y la experimentación inductiva. La segunda toma a la matemática misma como objeto de estudio –se matematiza la matemática para hacerla más matemática– y conlleva procesos de abstracción, generalización, prueba, rigorización, simbolización y formalización.

Dentro de la teoría, los modelos se refieren a los materiales didácticos, situaciones paradigmáticas, esquemas, diagramas, notaciones y los algoritmos. De acuerdo con van de Heuvel-Panhuizen (2003) citado en Zolkower y Gallego (2006, 20):

> Para servir de puente entre distintos niveles de matematización progresiva, los modelos deben: a) estar enraizados en contextos realistas, en el sentido de realizable o imaginables; b) poseer suficiente flexibilidad como para poder ser aplicados en un nivel más avanzado o general, c) apoyar la matematización vertical sin bloquear la vuelta al contexto que les dio sentido; d) ajustarse a las estrategias informales de los alumnos –como si ellos los pudieran haber inventado–; y e) ser fácilmente adaptables a situaciones homólogas a la inicial.

La EMR enfatiza el paso de un nivel a otro que involucra aspectos de la matemática como la simbolización, la conjeturzación para llegar al nivel más alto de formalización de los conceptos matemáticos, es decir se puede partir de una situación concreta realista que tiene como objetivo facilitar la formalización del concepto matemático aprendido. La progresión dentro de la enseñanza–aprendizaje de las matemáticas es fundamental, ya que permite ir consolidando procesos básicos hasta llegar a los conceptos más complejos. Así mismo, las progresiones permiten al docente identificar el avance en los conocimientos, para que durante el proceso se vayan adaptando los recursos, métodos y estrategias. Por ejemplo, dentro del bloque de Álgebra y Funciones se contemplan las progresiones primero de la "Información en el cálculo de expresiones" y segundo la "Representación gráfica de esa información". En el bloque de Geometría y Medida se contemplan las progresiones primero de "Conceptos básicos o primitivos" y la segunda el análisis de "Figuras geométricas: triángulos, cuadriláteros, cónicas". Finalmente, el bloque de Estadística y probabilidad se contemplan las progresiones primero de "Lectura y análisis de datos" y la segunda "Análisis descriptivo y gráfico de los datos". En este sentido, dentro de cada bloque los contenidos se desarrollan en lapsos de tiempo cortos y largos.

4.3. La interacción

De acuerdo con la EMR la interacción del estudiante con sus pares y bajo la guía del docente contribuye a crear espacios para la divulgación de las ideas matemáticas por parte de los estudiantes, dando lugar a la apropiación de los conceptos matemáticos. Además, permite la retroalimentación de los procesos utilizados reestructurando las ideas de los estudiantes y así consolidar el aprendizaje. "Para que esto sea posible, los problemas deben ser accesibles a todos y resolubles en varios niveles, y los docentes deben orquestar la interacción de modo tal que conduzca a la participación, el debate genuino y la reflexión" (Zolkower y Gallego 2006, 25). El trabajo colaborativo contribuye de forma eficaz en la realización de las tareas, el aporte de parte de todos los integrantes de un equipo nutre de grandes ideas a la solución de problemas. En el actual mundo de la globalización, se requiere de habilidades de trabajo en equipo y capacidad de expresión.

Es así que, la educación debe velar por una formación integral de los estudiantes, por medio de la aplicación de procesos de enseñanza–aprendizaje eficaces que contribuyan a la formación óptima del estudiantado. "Las interacciones en el aula posibilitan que se planteen conflictos sociocognitivos, que se coordinen progresivamente diferentes puntos de vista ante un desafío planteado, que se vaya construyendo un saber común en la clase, que se tornen explícitos recursos que inicialmente son intuitivos e implícitos” (Broitman et al. 2014, 24). La interacción es fundamental ya que le facilita al educador tener un desarrollo significativo del proceso de enseñanza–aprendizaje, el tipo de interacción que se dé en una asignatura define la manera en la que los estudiantes aprenden. En muchas ocaciones, los docentes manejan métodos tradicionales de interacción que no permiten generar diálogos cognitivos y se produzca la interacción significativa. La interacción está en correlación directa con el mejoramiento del aproceso de enseñanza–aprendizaje.

4.4. Principios de la Educación Matemática Realista

Los principios que rigen la teoría de la Educación Matemática Realista actualmente de acuerdo con Freudenthal (1991) y Alsina (2009, 121) son:

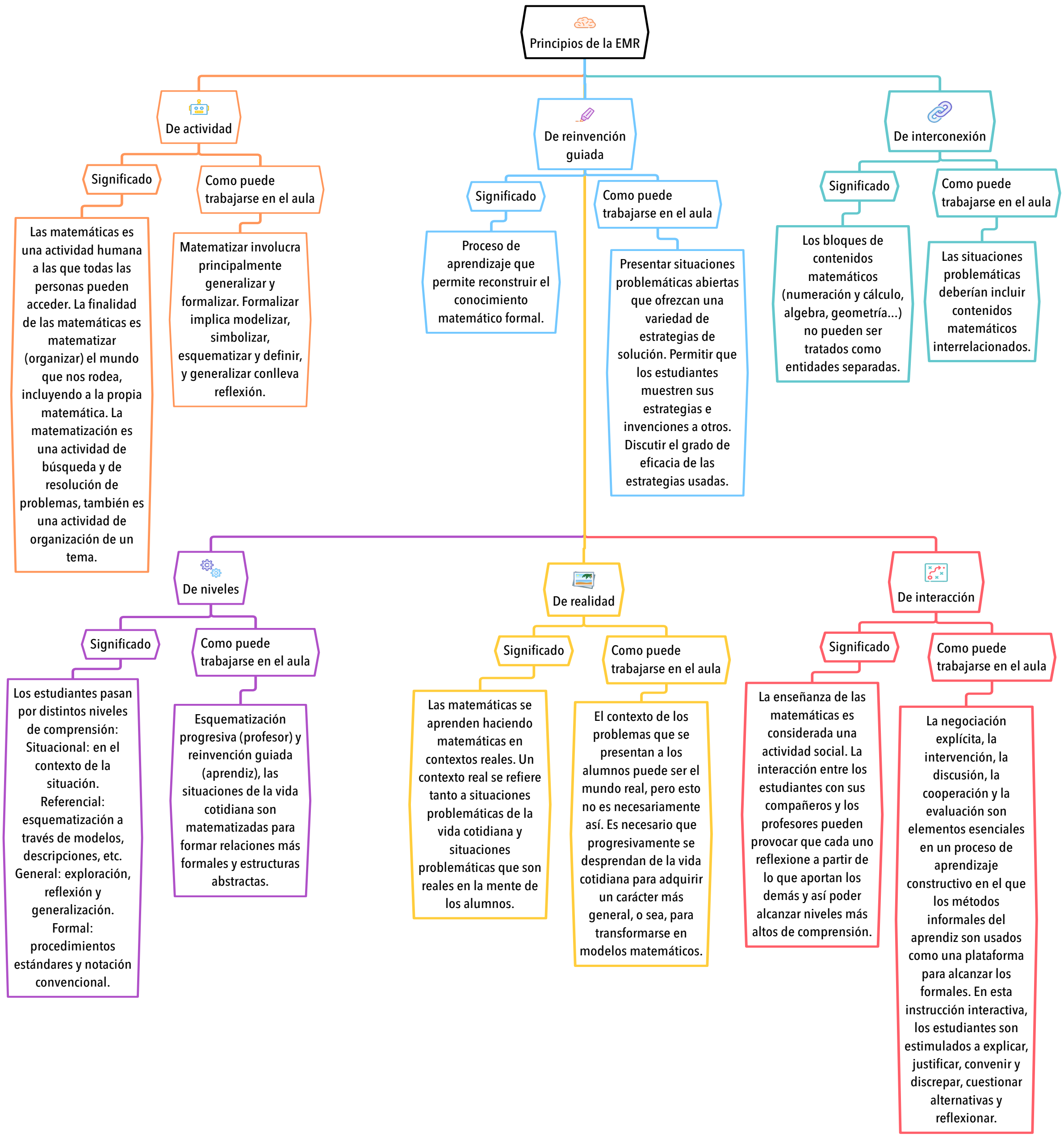


Figura 4. Principios de la EMR
Fuente: Alsina (2009, 121)

En efecto, la teoría de la Educación Matemática Realista toma como punto de partida la contextualización para aprender matemática, organizar la realidad concreta mediante modelos que posibiliten comprender su estructura, su comportamiento. Son los estudiantes juntamente con la mediación del profesor quienes construyen su propio conocimiento en las situaciones didácticas propuestas por el docente, actividades de aprendizaje que deben ser significativas para los estudiantes, despertar el interés por resolver matemáticamente problemas del contexto.

4.5. Matemática en contexto

La matemática en contexto es parte de la TMCC que de acuerdo con Camarena (2021, 80):

> Implica que lo teórico tiene una aplicación en una práctica social que se inserta en espacios multiculturales y que es producto de la incorporación del estudiante, física, psicológica y emocionalmente, para que construya su conocimiento, ya que de esta manera él verá la utilidad del conocimiento dándole especial relevancia en su vida personal y profesional.

Así, con la Matemática en contexto se trabajan varias aristas del aprendizaje de esta ciencia permitiendo el abordaje del aprendizaje significativo mediante la enseñanza situada, es decir, trasladando los conceptos de la Matemática de forma gradual en la solución de problemas, en el trabajo con proyectos interdisciplinarios o estudios de caso a la realidad del estudiante mediante aplicaciones al diario vivir, a las demás ciencias y las futuras profesiones de los estudiantes, todo enmarcado en el contexto en la realidad donde se desarrolla el proceso de enseñanza–aprendizaje. “Con la Matemática en Contexto se desarrollan habilidades del pensamiento, una matemática para la vida, una matemática contextualizada y competencias matemáticas de las profesiones” (Camarena 2021, 80). Las habilidades de pensamiento fortalecen la aplicación de procesos mentales en la solución de problemas, una matemática para la vida coadyuva a que el estudiante puede aplicar lo aprendido en situaciones de la vida cotidiana y las competencias permiten que el estudiante aplique, traslade los conceptos matemáticos teóricos a los problemas que se le presenten. La contextualización, permite darle sentido a los conceptos teóricos que se encuentran dentro de las matemáticas convergiendo en una matemática útil y con sentido para los estudiantes, que muchas veces la ven como una asignatura difícil de aprender y entender.

Así, la secuencia metodológica de la didáctica de la Matemática en contexto en modo general constituye los siguientes pasos.

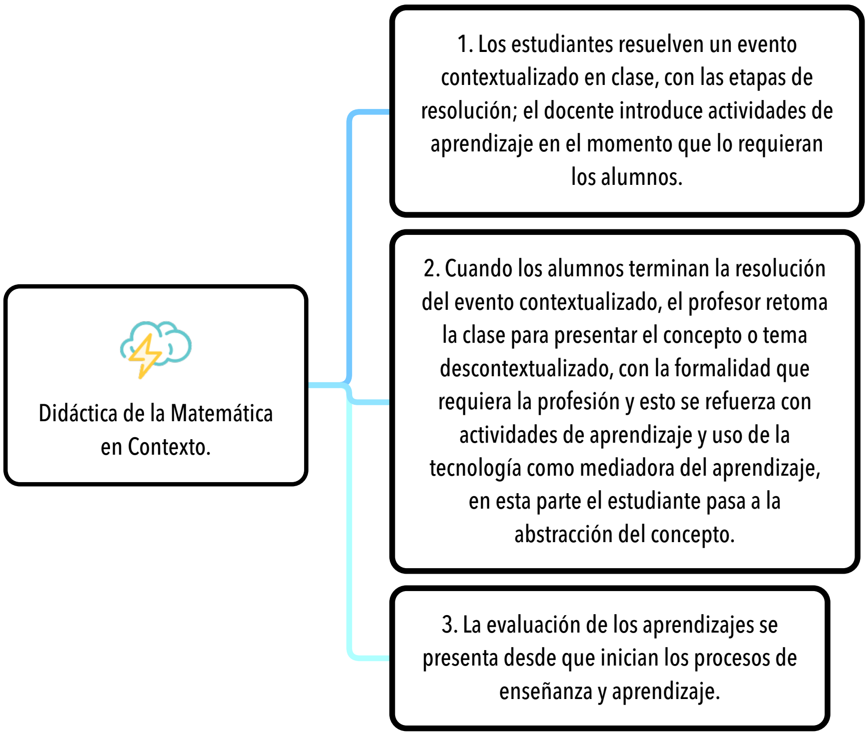


Figura 5. Secuencia metodológica de la didáctica de la Matemática en contexto
Fuente: Camarena (2010)

4.6. Eventos contextualizados

Los eventos contextualizados no se constituyen en eventos rutinarios de aplicación memorística de los conceptos Matemáticos sino más bien, son eventos que producen un desequilibrio cognitivo en el estudiante. “Los eventos contextualizados se definen como problemas, proyectos o estudios de caso que se comportan como entes integradores de las disciplinas, donde hay tres fuentes de contextualización: las demás asignaturas que cursa el estudiante, las actividades de la vida laboral y profesional y, las situaciones de la vida cotidiana” (Camarena 2021, 81). Para la contextualización resulta necesario utilizar la complejidad de la interdisciplinariedad para el abordaje de problemas que produzcan aprendizaje significativo en los estudiantes.

4.7. Etapas de resolución de los eventos contextualizados

En efecto, las Etapas de resolución de eventos contextualizados propuesto en la teoría la Matemática en el Contexto de las Ciencias (TMCC) abordada en la Fase didáctica por Camarena (1999) aplicados a la educación superior son:

1. Entender qué se quiere del evento (Planteamiento del problema contextualizado).
2. Identificar variables y constantes del evento.
3. Identificar los conceptos y temas involucrado en el evento.
4. Determinar las relaciones entre conceptos.
5. Construir el modelo matemático del evento.
6. Resolver el modelo matemático.
7. Dar la solución del evento.
8. Interpretar la solución del evento en términos del contexto.

Por tanto, el docente debe plantear el evento contextualizado a los estudiantes acorde a la temática y en correspondencia con los objetivos de aprendizaje. Para la aplicación de la Matemática en Contexto se requiere la formación de equipos de trabajo "de tres estudiantes: líder académico, líder emocional, y líder de trabajo, cada equipo debe funcionar con los tres tipos distintos de líderes" (Camarena 2021, 236). Para determinar a los líderes se puede recurrir a la experiencia del docente con los estudiantes o a la aplicación de cuestionarios como el de Honey–Alonso, para identificar los 4 estilos de aprendizaje: estilo activo, reflexivo, pragmático y teórico. "El líder emocional se asocia con el estilo de aprendizaje activo. El líder intelectual se corresponde tanto con el estilo de aprendizaje reflexivo como con el estilo de aprendizaje teórico. Mientras que el líder operativo se vincula con el estilo de aprendizaje pragmático" (Camarena 2021, 236).

Luego de determinar los integrantes del equipo constituidos de 3 estudiantes, se debe indicar lo que se espera de ellos y de lo que implica trabajar en equipo. Luego, se le facilita al grupo el problema contextualizado a resolver con las Etapas de resolución de eventos contextualizados propuesto en la teoría la Matemática en el Contexto de las Ciencias. "Es necesario mencionar que las etapas se han enumerado para establecer un orden genérico, es decir, esta numeración se debe cumplir en el sentido de que no debe omitirse ninguna etapa, pero las etapas pueden presentarse en el orden que sea necesario dentro del aula, dependiendo de las necesidades de los grupos con que se está trabajando" (Camarena 2021, 239). Pues bien, es importante entender que cada aula es un ambiente único de enseñanza–aprendizaje debido a la diversidad de pensamientos, emociones y contextos sociales.

La TMCC es una teoría desarrollada principalmente para el nivel Universitario especialmente para estudiantes de ingeniería, pero sus constructos teóricos abordan conceptos utilizados en la enseñanza de la educación secundaria lo que permite aplicarla en los niveles anteriores. "La Teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias se limita a trabajar en los niveles educativos medio básico (secundaria), medio superior (bachillerato) y nivel universitario; es decir, se excluye la educación básica (primaria)" (Camarena 2021, 86). Por otra parte, es una teoría direccionada especialmente a cursos o estudiantes que tienen como eje principal el estudio de las Matemáticas. "La teoría de la Matemática en el Contexto de las Ciencias, en muchos países donde los currículos de los niveles medio básico (secundaria) y medio superior (bachillerato) son diseñados de forma única, se limita la aplicación de su Fase Curricular, porque los docentes no tienen la oportunidad de hacer modificaciones en los programas curriculares" (Camarena 2021, 87). Así, la fase de la contextualización puede ser aplicada a la educación secundaria para la enseñanza–aprendizaje de las Matemáticas. La TMCC enfatiza la utilización de las Matemáticas en las demás ciencias, y de esta forma se genera un alcance de la teoría en las demás ciencias que pueden trabajar también en el contexto.

5. Hipótesis de investigación

Hipótesis de investigación (Hi): El uso del método Solución de problemas contextualizados contribuye significativamente en la enseñanza aprendizaje de productos notables y factorización.

Hipótesis nula (Ho): El uso del método Solución de problemas contextualizados no contribuye significativamente en la enseñanza aprendizaje de productos notables y factorización.

Así mismo, en el procesamiento de la información cualitativa, para el análisis de la entrevista se procederá con la técnica de análisis de contenido con la ayuda del software ATLAS.ti. Para Marradi y Piovani (2007, 290) el análisis de contenido es "una técnica de interpretación de textos […] que se basan en procedimientos de descomposición y clasificación de éstos (Losito 1993) […] los textos de interés pueden ser diversos: trascripciones de entrevistas, protocolos de observación, notas de campos, fotografías, publicidades televisivas, artículos de diarios y revistas, discursos políticos, etcétera". Para Arbeláez y Onrubia (2014, 19), el objeto del análisis de contenido cualitativo es "verificar la presencia de temas, palabras o de conceptos en un contenido y su sentido dentro de un texto en un contexto". Debido al enfoque cualitativo del estudio los resultados estarán en función de los objetivos de investigación.

5.1. Pregunta general, subsidiarias de la investigación y objetivos

Para la investigación se plantearon las preguntas subsidiarias y objetivos, en la siguiente tabla se plantea esta relación.

Tabla 2

Preguntas subsidiarias y objetivos de la investigación

Preguntas subsidiarias	Objetivos específicos	Objetivo General
1. ¿Cómo enseñar productos notables y factorización al alumnado?	1. Diseñar el método de solución de problemas contextualizados para la enseñanza–aprendizaje de productos notables y factorización.	Contrastar la contribución del método solución de problemas contextualizados en la enseñanza–aprendizaje de productos notables y factorización.
2. ¿Cuán eficaz es el método de solución de problemas contextualizados propuesto, como estrategia de mejora para la enseñanza–aprendizaje de productos notables y factorización?	2. Evaluar el diseño del "método de solución de problemas contextualizados" para la enseñanza–aprendizaje de productos notables y factorización.	
3. ¿Cómo la implementación del método tendrá un impacto trascendental en los beneficiarios que son los estudiantes y los maestros?	3. Implementar la propuesta en la Planificación Curricular Institucional para el área de Matemáticas.	

Fuente y elaboración propias

6. Metodología

En la investigación se ve la necesidad de la aplicación de un enfoque cualitativo y cuantitativo, pero con predominancia a lo cualitativo. El enfoque cuantitativo permitirá medir numéricamente los resultados obtenidos y el enfoque cualitativo ayudará a describir la realidad subjetiva del contexto en el cual se desarrolla la problemática, ambos enfoques se complementarán para cumplir con los objetivos de la investigación. Por otra parte, atendiendo a la profundidad del análisis del estudio cualitativo y debido al diseño del *método de solución de problemas contextualizados* para la enseñanza de productos notables y factorización, la presente investigación se trata de un estudio de caso de corte fenomenológico e Investigación Basada en Diseño. Es de corte fenomenológico, ya que, se trata de una experiencia que el investigador a palpado durante su labor docente, y se compromete a dar una solución al problema detectado. “Se entiende por Investigación Basada en Diseño a un tipo de investigación orientada hacia la innovación educativa cuya característica fundamental consiste en la introducción de un elemento nuevo para transformar una situación” (De Benito y Salinas 2016, 44). “La investigación basada en diseño es muy útil para abordar problemas educativos complejos cuando no existen suficientes soluciones disponibles” (Plomp y Nieveen 2007, 9).

Es así como, la presente investigación nace dentro del contexto del aula, específicamente de la forma en como el profesor enseña la asignatura de matemáticas de manera tradicional, convergiendo en una matemática sin utilidad; de modo que, se propone una solución al problema y se dejan las bases para futuras investigaciones en esta problemática. La investigación basada en diseño tiene como elementos claves el diseño de nuevos materiales, estrategias o programas educativos y, por otro lado, las ideas o conjeturas educativas que surgen en el diseño que pueden ser reformuladas durante el desarrollo de la investigación, desarrolla y estudia las hipótesis y conjeturas que arroja la teoría; y, paralelamente, diseña un entorno de aprendizaje recogiendo visiones de cómo y por qué algo funciona o no, de acuerdo con De Benito y Salinas (2016, 47) menciona que “estas investigaciones parten de una comprensión amplia de una ‘ecología del aprendizaje’, por el diseño de sus elementos y por el anticipo de cómo estos elementos funcionan en conjunto para favorecer el aprendizaje”.

Considerando lo anterior, y con la finalidad de mejorar el proceso de enseñanza aprendizaje se abordará la construcción de un documento que contiene la aplicación del *método de solución de problemas contextualizados* en la enseñanza aprendizaje de productos notables y factorización, este diseño será implementado para contribuir en la resolución del problema pedagógico que surge en la enseñanza–aprendizaje de productos notables y factorización en los estudiantes de décimo año de Educación General Básica.

6.1. Acopio de la información

Para el enfoque cuantitativo en la búsqueda y obtención de la información se realizará un cuestionario dirigido a los estudiantes, de tipo sumativo, con la finalidad de tabular y organizar los resultados para ser procesados en términos de medidas descriptivas, y así realizar una prueba de hipótesis y medir cuantitativamente el aprendizaje logrado en la implementación del método. Por otra parte, para el enfoque de investigación cualitativa se utilizarán herramientas como el diario del docente para registrar los acontecimientos más importantes producidos durante la aplicación del método en los estudiantes de décimo año, esta herramienta será analizada teniendo en cuenta cinco ejes: “clima de aula, motivación y actitudes de los estudiantes, efectividad de las estrategias cognitivas utilizadas, comprensión y transferencia de contenidos e incidentes destacados. El diario del profesor proporciona un apoyo metodológico importante a fin de completar y enriquecer la evaluación de un proceso instruccional” (Gabriela y Santiago 2015, 1).

Así mismo, el cuaderno de trabajo del estudiante servirá como evidencia de que los estudiantes trabajan y aprenden permitirá dar un seguimiento a los procesos y progresos de cada estudiante. El informe de una evaluadora externa permitirá formular juicios de valor sobre el diseño aplicado, la organización y los resultados de aprendizaje. Se realizarán entrevistas a los estudiantes que permitirán registrar directamente la apreciación del método ‘solución de problemas contextualizados’ aplicado en la enseñanza de productos notables y factorización, los estudiantes entrevistados y entrevistadas serán los 25 estudiantes que recibirán la aplicación del método, los mismos que responderán preguntas abiertas y cerradas sobre la experiencia de aprendizaje que tuvieron. Finalmente, mediante triangulación en los métodos cualitativos, se establecerá una visión amplia del problema desde diferentes ángulos de manera que se aumenta la validez y consistencia de los hallazgos.

6.2. Procesamiento de la información

Para el procesamiento de la información cuantitativa se utilizará el programa SPSS y Excel para analizar y procesar los datos a nivel descriptivo y por consiguiente a nivel inferencial, permitiendo realizar los cálculos de tendencia central y de desviación para finalmente realizar la comprobación de la hipótesis plateada, de ser el caso de aceptarla o rechazarla.

Capítulo segundo
Contexto de la investigación y Diagnóstico Situacional de la Unidad Educativa Isabel Tobar

El diagnóstico situacional de la Unidad Educativa Isabel Tobar, permitirá conocer el contexto donde se desarrolla la presente investigación. El diagnóstico situacional es la herramienta que permite conocer el estado de la estructura tangible e intangible de la Institución, para contextualizar las acciones o procedimientos a llevarse a cabo dentro de la misma. Así, mediante exploración documental y también mediante entrevistas aplicadas a las autoridades se desarrolla el diagnóstico de la situación inicial de la Institución, se parte de una descripción interna, de la estructura organizacional, la infraestructura, servicios que ofrece, posicionamiento, para finalmente incluir la matriz FODA institucional.

1. Contextualización

En Mayo de 1957, una distinguida dama quiteña la señorita María Isabel Tobar, en un acto lleno de amor y generosidad, entregó la Fundación que lleva su nombre cuyos estatutos, ceñidos a la ley y como persona jurídica capaz de ejercer derechos y contraer obligaciones y ser debidamente representada, fueron aprobadas por el Estado en el Acuerdo Ministerial N°999 del 15 de julio de 1957, siendo presidente de la República, Sr. Dr. Camilo Ponce Enríquez junto a su Ministro de Educación Pública el Sr. Dr. J.M. Baquerizo Moreno y su secretario Dr. Gerardo Martínez, con la finalidad esencial de dar educación y formación católica a la niñez pobre residente en Quito, asignándole los medios necesarios que le confieren una relativa autonomía económica y una independencia jurídica en orden a su cada vez mejor éxito y aprovechamiento humano y cristiano.

La fundación María Isabel Tobar Landázuri, se inicia en esta labor educacional en el año de 1957, con dos escuelas una de niñas, Isabel Tobar N°1 e Isabel Tobar N° 2 de varones, pero las aspiraciones fueron más lejos, es así que en el año 2001 con el acuerdo ministerial de educación N° 1480 queda convertido en colegio Mixto Isabel Tobar N°1, ubicado en el centro del casco colonial de Quito, en la calle Maldonado, plaza de Santo Domingo y a partir de octubre del año 2004 queda convertido en Colegio

Mixto Isabel Tobar N°2, con su ubicación en el barrio de San Roque, en la calle Loja y av. Mariscal Sucre. Debido a que la infraestructura no prestaba las condiciones favorables de seguridad, la Arquidiócesis de Quito, reubica la institución en el año de 2013 en la calle Gaspar de Carvajal 468 N24-174 y Humberto Albornoz zona 9, Distrito 5, Circuito 17D05C03-04, parroquia Belisario Quevedo, Cantón Quito, provincia de Pichincha con la denominación Unidad Educativa Particular Isabel Tobar.

Es así como, la Unidad Educativa Isabel Tobar, es una institución particular católica, miembro de la Red de Unidades Educativas de la Arquidiócesis de Quito (REDA-Q), regentada por la Curia Metropolitana y tiene relación directa con la Fundación Isabel Tobar, la ubicación actual de la unidad educativa es en un sector caracterizado por dedicarse a actividades de tipo comercial y de servicios. En los alrededores de la institución se ubican instituciones de tercer Nivel como la Universidad Central del Ecuador y el Instituto de artes escénicas, además del parque Italia, y la Conferencia Episcopal, Supermaxi y la embajada de Italia, lo que determina gran cantidad de transeúntes universitarios, comerciantes y moradores barriales que diariamente transitan por las calles y avenidas aledañas a la institución. Los estudiantes de la institución provienen de hogares católicos de diferentes partes de la ciudad de Quito en su mayoría de nacionalidad ecuatoriana, también acoge a otras nacionalidades como la venezolana, colombiana, española y brasileña.

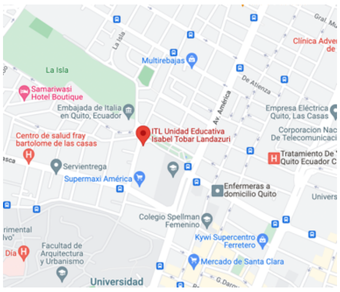


Figura 6. Ubicación de la Institución
Fuente: Unidad Educativa Isabel Tobar

Actualmente, la Unidad Educativa Particular Isabel Tobar acoge a estudiantes que provienen de diferentes partes de la ciudad de Quito, mayormente del sector la Gasca lugar en el que se encuentra la Institución, otra cantidad considerable asiste desde el sector norte como el Condado, la Ofelia, Carcelén. Un porcentaje menor del sector Sur y el Valle. La población estudiantil proviene de hogares de recursos económicos limitados y un porcentaje son considerados vulnerables por consumo de drogas y desplazamiento humano. Alrededor, cuenta con un aproximado de 383 estudiantes en los diferentes niveles educativos desde Inicial II hasta Tercero BGU, distribuidos de la siguiente manera:

Tabla 3
Detalle de estudiantes en la institución

Sección	N. de estudiantes
Inicial II	9
Primaria	267
Secundaria	107
Total	383

Fuente: Unidad Educativa Isabel Tobar
Elaboración propia

2. Planeación estratégica

La Unidad Educativa Isabel Tobar, posee una planeación estratégica orientada a establecer la organización de la Institución para reducir amenazas, debilidades y aprovechar oportunidades potenciando fortalezas.

a) Visión

Al 2023 seremos una institución de excelencia académica y pastoral que desarrolla sus procesos educativos según estándares de calidad, el uso de las tecnologías de la información y comunicación, el manejo del idioma extranjero y el fomento de habilidades sociales de los estudiantes para ser competentes en la sociedad del siglo XXI.

b) Misión

Somos una Unidad Educativa que promueve el desarrollo integral de niños, niñas y adolescentes, mediante procesos de formación humana, cristiana y académica para preparar líderes capaces de contribuir responsablemente al desarrollo de la sociedad.

c) Filosofía

Como institución educativa católica pretendemos formar estudiantes justos, solidarios, innovadores, buenos cristianos y honrados ciudadanos, educándolos de manera integral, para cumplir el perfil de salida del bachiller ecuatoriano; todo dentro de las dimensiones como son:

En relación consigo mismo:

- Innovador.
- Emprendedor.
- Autoconocimiento.
- Seguridad en sus acciones.
- Investigador, promovedor de nuevas e innovadoras ideas.
- Vive su fe como católico.

En su relación de Dios:

- Reconoce a Dios en los demás y vive la solidaridad.
- Respetuoso y comprometido con la institución.
- Identidad construida en Dios.
- Es responsable y valora su encuentro con Dios.
- Respeta el pensamiento religioso de los demás.

En su relación con los demás:

- Solidario con el entorno.
- Ser justo.
- Empático.
- Excelentes comunicadores a nivel oral y escrito.
- Respetuoso de la legislación.
- Resiliente.
- Ser hijo respetuoso y agradecido.
- Personas que generen formación.
- Consciente.

En su relación con la naturaleza:

- Respeta y ama a los seres vivos de la naturaleza.
- Asume responsabilidades por el futuro del planeta y sus generaciones.
- Personas sensoperceptivas

d) Valores

1) Sociales

Amabilidad: Trato bondadoso, delicado que se establece en relación entre el adulto y joven con la intencionalidad de crecer como personas.

Respeto. - Capacidad de reconocer, aceptar y valorar la propia persona y la de los demás en el entorno social.

2) *Afectivos*

Solidaridad. Valoración y cercanía de la otra persona que merece ser considera, escuchada, apoyada desde el sentido del amor cristiano.

Alegría. - Expresión de la riqueza interior y satisfacción de la vivencia humana.

3) *Éticos*

Honestidad. - Integridad personal y ajuste a la verdad en palabras y acciones. Gratitud: Considerar la propia vida, las personas y situaciones vida como un hermoso regalo de Dios.

e) Marco pedagógico

Frente a los nuevos escenarios que sugiere la tecnología, la educación debe transformarse y generar ideas innovadoras que aseguren un aprendizaje a acorde al contexto, a la realidad de la nueva sociedad atravesada por la tecnología, la técnica y la ciencia. La pedagogía de la Institución se fundamenta en el Socio constructivismo, Teoría de la conectividad de George Siemens y la Enseñanza basada en aulas heterogéneas.

3. Estructura organizacional

La forma de administrar la institución se da por comodato de parte de la Iglesia Católica que actualmente se encuentra bajo la administración del arzobispo Monseñor Alfredo Espinoza y sus obispos auxiliares Danilo Echeverría y David de la Torre. La Unidad Educativa mantiene una estructura organizacional bastante consolidada de acuerdo con la información que consta en los archivos de la Institución. A continuación, se adjunta la nómina distribuida de la siguiente manera:

Tabla 4
Detalle de la nómina de la Institución

Empleados	Cantidad
Personal docente	17
Personal administrativo	8
Personal de apoyo educativo	3
Total	28

Fuente: Unidad Educativa Isabel Tobar
Elaboración propia

a) Organigrama de la Institución

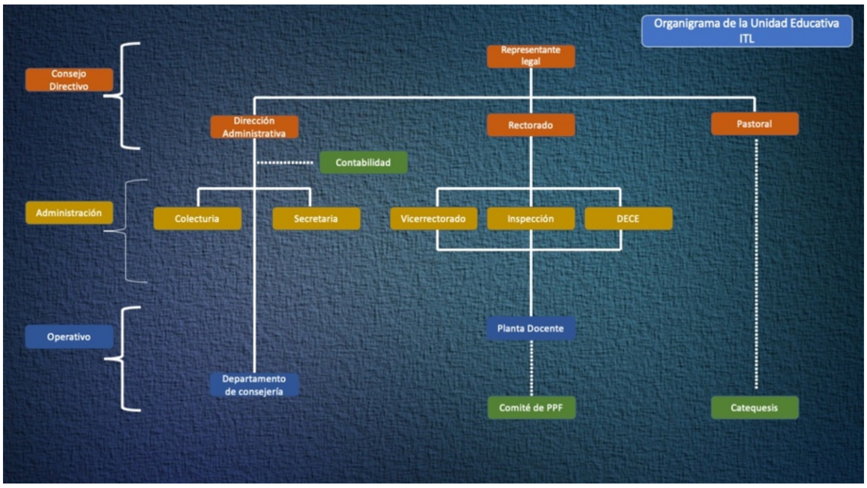


Figura 7. Organigrama de la Institución
Fuente: Unidad Educativa Isabel Tobar

De la Figura 7 se observa que la dirección de la institución está a cargo del Consejo Directivo con Monseñor David de la Torre Vicario de Educación como representante legal. La dirección administrativa está a cargo del administrador el cual está a cargo de las áreas de Colectoría, Secretaría, Departamento de Consejería y como elemento externo de la Contabilidad. Seguido tenemos a Rectorado el cual está a cargo de los departamentos de Vicerrectorado, Inspección General, DECE, la planta docente y el comité de Padres de Familia. La autoridad y el poder están concentrados en el Consejo Directivo quienes toman las decisiones de carácter académico y administrativo de la Institución. La gestión contable y el cumplimiento de las obligaciones con las entidades públicas Servicio de Rentas Internas (SRI), Ministerio de Inclusión Económica y Social (MIES), Ministerio de Relaciones Laborales (MRL) e Instituto Ecuatoriano de Seguridad Social (IESS), son ejecutadas por servicios profesionales externos con la finalidad de garantizar seguridad y confianza en la contabilidad, este profesional se reporta directamente con el administrador.

Por otro lado, el departamento de Vicerrectorado es la segunda autoridad después de Rectorado, seguido de Inspección y el Departamento de Consejería Estudiantil (DECE). A cargo de Vicerrectorado se encuentra todo lo relacionado con las actividades educativas, así como también los docentes, las coordinaciones Académicas, comisiones, jefes de subnivel y nivel. En el área de administración, existen dos personas que realizan las actividades de Secretariado relacionado con la atención a padres, madres de familia y/o representantes legales y colecturía relacionado con la gestión del pago de pensiones y sueldos al personal que labora en la institución. Finalmente, se encuentra el área de Pastoral quien ejecuta las actividades relacionadas con la espiritualidad católica, además tiene a cargo la catequesis que se ejecuta en la iglesia de la parroquia cerca de la institución.

b) Infraestructura

En cuanto a la infraestructura de la Unidad Educativa Isabel Tobar, esta cuenta con una estructura de tres edificios, áreas verdes, comedor, capilla y las canchas del seminario mayor. Dos edificios de 2 plantas para el Colegio y uno de 1 planta para la escuela. La infraestructura se debe a que anteriormente en la actual ubicación de la Institución funcionaba el Colegio San Francisco, con el paso del tiempo las administraciones fueron mejorando las estructuras de las mismas para contribuir al cumplimiento de los proyectos educativos. A continuación, se presenta una breve descripción de la infraestructura de la Institución.

- Edificios por nivel educativo. La Educación General Básica con los grados de Inicial II, Primero, Segundo, Tercero y Cuarto se desarrolla en el edificio 1. Para los grados de Quinto, Sexto, Séptimo, Octavo, Noveno y Décimo de Educación General Básica las actividades educativas se desarrollan en el edificio 2. Finalmente, el nivel de Bachillerato se desarrolla en el edificio 3.

Figura 8. Edificios por nivel educativo
Fuente: Unidad Educativa Isabel Tobar

- Laboratorios de Física, Química y Biología.– Son espacios ubicados estratégicamente que funcionan en una misma aula, los profesores coordinan su uso respectivamente para evitar choques de horarios.
- Laboratorio de Computación.– Es un aula de punta que consta de 20 computadores y 20 *tablets* destinados a la enseñanza de computación para todos los estudiantes, desde la escuela hasta el colegio.
- Laboratorio de Inglés.– Es un aula equipada con equipos audiovisuales para facilitar el proceso de enseñanza aprendizaje del idioma extranjero.
- Espacios adicionales.– Además, cuenta con los espacios de Teatro, Sala de danza, patio de uso exclusivo para los grados de Inicial II, primero, segundo, tercero y cuarto de EGB, patio exclusivo para los grados de quinto, sexto, séptimo, octavo, noveno, décimo de EGB y primero, segundo y tercero de BGU, Comedor, Canchas del Seminario Mayor, áreas verdes, Huerto, Cafetería, Oficinas del área administrativa, Sala de profesores y audiovisuales.

Figura 9. Laboratorios y espacios adicionales
Fuente: Unidad Educativa Isabel Tobar

c) Servicios que ofrece

La Unidad Educativa Isabel, ofrece los siguientes servicios educativos a la comunidad:

- Educación Inicial II. – Se considera el área de formación donde las experiencias de aprendizaje comienzan a desarrollarse. Se trabaja con niños y niñas de 3 a 5 años.
- Educación Primaria. – Se encuentran los grados desde primero hasta décimo año de EGB con un solo paralelo, cada grado cuenta con un tutor/a que se encuentra pendiente de las necesidades educativas de los estudiantes y padres, madres de familia. Se hace énfasis en una educación personalizada ya que cada aula cuenta con alrededor de 25 estudiantes.

- Educación Secundaria. – Se encuentran los grados desde primero hasta tercero de BGU con un solo paralelo, cada grado cuenta con un tutor/a que se encuentra pendiente de las necesidades educativas de los estudiantes y padres, madres de familia. Así mismo, se hace énfasis en una educación personalizada ya que cada aula cuenta con alrededor de 25 estudiantes.
- Servicios extracurriculares. – La Institución realiza actividades extracurriculares, como club de danza, periodismo, teatro, coro, banda musical, selección deportiva, bastoneras y servicio de catequesis.

4. FODA institucional

La matriz FODA, es un instrumento fundamental en una Institución ya que permite identificar las Fortalezas que tiene la institución, Oportunidades que le brinda la sociedad, las Debilidades y Amenazas internas–externas que tiene, para con ellos tener claro el contexto donde se lleva a cabo la actividad educativa y con ello generar proyectos educativos realistas y contextualizados a la Institución. A continuación, se presenta la matriz FODA de la Institución en los diferentes ámbitos que son:

Tabla 5
FODA ámbito estudiantil

FORTALEZAS	DEBILIDADES
Fortalecimiento de las telecomunicaciones y conectividad Institucional y de las familias. Por el número de estudiantes y el espacio físico es factible para alcanzar el distanciamiento de 2 metros. Promedio de 25 estudiantes por grado o curso, que facilita el adecuado desarrollo de las actividades académicas interactivas y el logro de aprendizajes. El número de estudiantes con cierto tipo de riesgos por dificultades cardiacas, respiratorias o alérgicas es del 8,27% y que están plenamente identificados, para establecer medidas preventivas individuales y grupales.	Centro Médico Institucional con carencia de medicamentos. Mal estado de los juegos infantiles, para el aspecto lúdico, recreativo y de esparcimiento de los niños ya que son tan necesarios para mantener una buena salud mental y control de ansiedad, etc. 3% de estudiantes que tienen dificultades para contar con los recursos tecnológicos óptimos y de conectividad. Poca consolidación de la investigación en los procesos de autoaprendizaje de los estudiantes.
OPORTUNIDADES	AMENAZAS
Apoyo económico nacional e internacional para una mejor distribución y ambientación de las áreas administrativas y académicas para contar con espacios más seguros al servicio de la comunidad educativa que permitan enfrentar las nuevas formas sanitarias	Presencia de varias Instituciones educativas particulares aledaños a la nuestra con mejor infraestructura sanitaria. La situación socioeconómica que está viviendo el país y el mundo en general que se agudizó con

que requieren nuestros estudiantes, padres de familia y maestros	la pandemia del coronavirus y que está ocasionado que la buena alimentación y dotación de materiales para el aseo tan necesarios en estos momentos (alcohol, jabón, mascarillas, desinfectante), etc. también estén disminuyendo lo que nos hace más vulnerables al contagio de esta enfermedad.

Fuente y elaboración: Unidad Educativa Isabel Tobar

Tabla 6

FODA de la infraestructura y coordinación interinstitucional

FORTALEZAS	DEBILIDADES
-Experiencia en trabajo presencial de 4 meses por parte del personal administrativo de la institución, sin ningún contagio en el tiempo transcurrido. -Señalética Covid19, aprobación del plan de riesgos (julio 2020) -Capacidad de aforo en la institución para 500 personas, teniendo en este año lectivo 350 entre trabajadores y estudiantes. - Limpieza sanitaria diaria de salas de clase, oficinas administrativas, corredores, servicios higiénicos y patios de la institución. - Mantenimiento preventivo y recurrente de la infraestructura física con el personal de apoyo. - Coordinación permanente desde la administración y DECE con algunas entidades y servicios externos.	-Infraestructura antigua, bloque de baterías sanitarias para estudiantes, estrecha para el distanciamiento. -Presupuesto limitado por la cantidad de estudiantes que maneja el colegio, lo que produciría un incoveniente en la obtención de productos bioseguridad. - No se tiene delegada a una persona específica para coordinar con cada entidad o servicio externo. - No se cuenta con enfermería dentro de la institución.
OPORTUNIDADES	AMENAZAS
-Remodelación de Infraestructura con proyección a adecuar oficinas más amplias, como también más aulas. -Ampliación de espacio físico y remodelación de aulas para Inicial 2, Preparatoria y Básica Elemental. -Mejorar los puestos de higiene de forma prolongada. -Uso en actividades religiosas de la iglesia (parroquia santísima trinidad) con capacidad de 250 personas. - Convenio de cooperación con el Seminario Mayor para uso de las canchas de uso múltiple que están junto a la institución. - Existen las entidades y servicios externos: Subcentro de Salud, Distrito Educativo, Unidad de Policía Comunitaria – UPC, Cuerpo de Bomberos, Comité Barrial, Iglesia Parroquial.	-Un rebrote masivo de COVID 19. -Comunidad educativa con personas vulnerables. - Incumplimiento de las normas y protocolos de prevención.

Fuente y elaboración: Unidad Educativa Isabel Tobar

Tabla 7

FODA ámbito de gestión docente

FORTALEZAS	DEBILIDADES
- Reuniones diarias del equipo docente y directivo, al inicio de jornada y finalización para la coordinación de las actividades académicas, comportamentales y formativas. - Planificación de las clases de manera didáctica y estructurada.	- Falta de hábitos de estudio y poca responsabilidad académica de ciertos estudiantes. - No todos los estudiantes disponen de los recursos tecnológicos suficientes para la conectividad académica simultánea. - No todos los docentes aplican metodologías interactivas e investigativas actualizadas en el

- Buen nivel de aprendizaje de los estudiantes. - Aplicación de material didáctico tangible para el desarrollo de las destrezas. - Utilización y aplicación de recursos digitales para la gestión de los aprendizajes y procesos administrativos (digiaulas, edebeon, Idukay, educaplay, plataforma revista saber amar). - Capacitación continua del personal docente y administrativo en temas curriculares, innovación educativa, herramientas tecnológicas y bioseguridad.	desarrollo de las actividades de aprendizaje. - Falta de apoyo a la gestión docente de algunos padres de familia. - Poca responsabilidad de los algunos PPFF en el seguimiento y control académico de sus hijos.
OPORTUNIDADES	AMENAZAS
Somos parte de la Red de colegios de la Arquidiócesis de Quito. Apoyo de las editoriales para la capacitación docente, en los diferentes ámbitos. Convenios interinstitucionales con el apoyo de la Conferencia Episcopal, Confedec y Arquidiócesis de Quito.	Llegar a contagiarse del coronavirus.

Fuente y elaboración: Unidad Educativa Isabel Tobar

Tabla 8

FODA de la enseñanza aprendizaje de las Matemáticas

FORTALEZAS	DEBILIDADES
- Profesores con maestría en Educación. - Aulas que permiten la aplicación de metodologías de enseñanza-aprendizaje heterogéneas. - Se cuentan con textos evaluados por pedagogos instruido en Matemáticas. -Disposición del docente para desarraigarse de metodologías tradicionales de enseñanza-aprendizaje. - Amplios espacios para realizar la contextualización de los aprendizajes.	- Poca presencia de la institución en concurso de matemáticas externos. - Individualismo por parte de los alumnos más destacados. - Bajo rendimiento de los estudiantes en la asignatura. -Alumnos con necesidades educativas especiales - Bajo nivel de aprendizaje en temas base (tablas de multiplicar), en algunos estudiantes.
OPORTUNIDADES	AMENAZAS
-La institución es parte de la Red de colegios de la Arquidiócesis de Quito. Apoyo de las editoriales para la capacitación docente, en los diferentes ámbitos. Convenios interinstitucionales con el apoyo de la Conferencia Episcopal, Confedec y Arquidiócesis de Quito.	- Familias disfuncionales, lo que coadyuva al poco desempeño en los estudios - Falta de apoyo de los padres de familia para el cumplimiento de las actividades escolares de sus hijos. - Influencia negativa de softwares que resuelven problemas matemáticos y no permiten que el estudiante los resuelva por él mismo.

Fuente y elaboración: Unidad Educativa Isabel Tobar

Capítulo tercero
Didáctica de las Matemáticas: método de solución de problemas contextualizados en la enseñanza-aprendizaje

A continuación, se presenta el capítulo que construye la propuesta de investigación. Para el desarrollo, se ha estructurado por objetivos la construcción, evaluación y trascendencia del método, lo cual permitirá demostrar directamente el cumplimiento de los objetivos específicos de la investigación. Así, el desarrollo del *método de solución de problemas contextualizados* ayudará a mejorar el proceso de enseñanza–aprendizaje de las matemáticas y en general de la Educación. Es de vital importancia, la investigación y el desarrollo de nuevas metodologías, pues, la educación ecuatoriana lo requiere para fortalecerse y así contribuir al desarrollo de esta. Una sociedad educada, es una sociedad preparada.

1. Introducción

La Didáctica de las Matemáticas es la ciencia que se ocupa de organizar y estructurar la manera en cómo se enseña esta disciplina, por lo que se constituye en una Ciencia que aporta con estrategias y métodos para la comprensión de las bases teóricas que se encuentran en las Matemáticas. El National Council of Teachers of Mathematics (NCTM) fue quien en los años 80 propuso la resolución de problemas como un camino hacia el aprendizaje. Dentro de la didáctica de las Matemáticas se abordan muchas ideas de cómo enseñarlas, una de las más imperantes es la solución de problemas ¿Cómo resolver un problema? Una pregunta bastante simple pero compleja de resolver ya que existen muchos factores que intervienen en la complejidad de como aprende el Ser Humano y otra idea que analizaremos es la contextualización ¿Cómo influye el medio ambiente en el aprendizaje? La solución de problemas desde sus inicios era abordada desde la heurística, como el camino que contiene métodos o reglas de razonamiento para una solución eficiente a los problemas. La heurística moderna fue iniciada por Polya (1945) quien analizó y creó un método que conduce a la solución de problemas dentro de las Matemáticas. Los pasos que propuso Polya son: Entender el problema: ¿Cuáles son los datos e incógnitas?, Pensar en un plan: ¿Cómo lo resuelvo?, Llevar a cabo el plan: ¿Qué pasos aplico?, Mirar hacia atrás: ¿Es coherente la respuesta con el problema? Polya proponía en cada paso plantearse preguntas, utilizando el método socrático.

Por otra parte, Borasi (1986) propuso un esquema estructural de como el aprendiz debe resolver problemas para ser un buen resolutor de estos, el estudiante debía resolver no solo una cantidad de problemas sino una variedad entre las que están: problemas con texto, ejercicios simples, puzzle, prueba de conjeturas, problemas de la vida real y situaciones problemáticas. La contextualización desde la Didáctica de la Matemática es vista como la necesidad de vincular o conectar esta ciencia con la vida práctica del estudiante, con la finalidad de darle sentido práctico a lo que se aprende. Por lo que, en la presente investigación se pretende dar una propuesta de solución de problemas matemáticos a través de la contextualización, es decir trasladar la matemática a la vida cotidiana de los estudiantes, hacerla práctica y útil que produzca un aprendizaje significativo a largo plazo en el estudiante, la didáctica de las matemáticas como objeto de conocimiento proporcionará la guía para la construcción del método de solución de problemas contextualizados en la enseñanza–aprendizaje de Productos Notables y factorización.

2. Antecedentes y justificación

Las sociedades se transforman van cambiando en todos los ámbitos y la educación es parte de esos cambios, la creación de nuevos métodos en la enseñanza–aprendizaje de las matemáticas ayudará a mejorar los resultados de aprendizaje en los estudiantes. Por lo que, es indispensable la creación del *método de solución de problemas contextualizados en las Matemáticas* ya que permitirá aportar de manera directa al fortalecimiento de la asignatura. La necesidad inherente y el beneficio de esta investigación en la enseñanza del tema de productos notables y factorización dentro de las Matemáticas ayudará a los docentes y estudiantes a mejorar el proceso de enseñanza–aprendizaje, así como también fortalecer el aprendizaje significativo.

Según el Programa para la Evaluación Internacional de Alumnos (PISA), de los estudiantes que rindieron esta evaluación en "Ecuador hay una elevada proporción de estudiantes que rinden por debajo del nivel básico en Matemáticas (70,9%)" (INEVAL 2018, 44). Por lo tanto, es de vital importancia realizar la presente investigación, para facilitar a los docentes de enseñanza media en Matemáticas estrategias de mejora para enseñar este tema que muchas veces causa frustración en los estudiantes, tema que es la base para la simplificación de expresiones Matemáticas más complejas. La implementación del método tendrá un impacto positivo en los beneficiarios que son los estudiantes y los maestros, ya que permitirá mejorar el proceso de enseñanza–aprendizaje de las Matemáticas.

Así, las propuestas innovadoras en el ámbito educativo deben ir enmarcadas en la mejora del proceso de enseñanza–aprendizaje, el docente como un miembro transformador de la educación es el artífice principal para que las propuestas produzcan transformación a la educación. Por lo anterior, se hace importante la aplicación de nuevos métodos y estrategias de enseñanza–aprendizaje en matemáticas que reduzca el fracaso que muchos estudiantes tienen al terminar la educación secundaria y que permitan alcanzar aprendizajes significativos con la finalidad de formar personas competentes para la sociedad. El proceso de enseñanza–aprendizaje debe manejarse con pinzas, los resultados de aprendizaje de los estudiantes están en correlación directa con la forma en que los docentes imparten una asignatura, un proceso pobre de enseñanza dará como resultado un pobre aprendizaje. La educación cumple un papel muy importante dentro de una sociedad, su objetivo fundamental es la formación integral de las personas para convertirlas en entes productivos y críticos que aporten al desarrollo de la sociedad. Por lo anterior, es indispensable que los docentes de Matemáticas dejen de lado los procesos tradicionales al momento de educar e innoven, y asuman el compromiso de adoptar nuevos métodos de enseñanza–aprendizaje para su práctica educativa. Docentes comprometidos con la educación es lo que se necesita para empezar la transformación y consolidación de los procesos de innovación.

3. Objetivo 1: Desarrollo teórico del Método de Solución de problemas contextualizados

Respondiendo al objetivo 1, la propuesta del *método de solución de problemas contextualizados* pretende que las matemáticas sean enseñadas en la educación secundaria mediante la contextualización que es la aplicación de los conocimientos en situaciones del diario vivir de los estudiantes y en las demás Ciencias, y así darle un sentido al aprendizaje de las Matemáticas y a los conceptos abstractos que se estudian en esta asignatura que descontextualizan a los estudiantes del mundo real y generan sentimientos de incertidumbre, miedo y rechazo al comenzar su estudio. En Matemáticas, se pasan de conceptos de mayor concreción a conceptos de mayor abstracción y los procesos de contextualización deben desarrollarse durante esta progresión, desde el sistema numérico, la geometría, la trigonometría hasta el álgebra, si no hay esta comprensión inicial es muy difícil tener una apreciación consolidada de los conceptos en los procesos algebraicos, que permitirán llevar los conocimientos matemáticos a la vida práctica.

No existe como tal, un método de solución de problemas contextualizados que haya sido creado para la educación secundaria, pero en esta investigación se propone una secuencia de pasos que constituyen el *método de solución de problemas contextualizados* y que se aplicaran en la solución de problemas en la enseñanza–aprendizaje de productos notables y factorización. De acuerdo con Sánchez (2001, 48), menciona:

> El método, es el procedimiento empleado para resolver con cierto orden una determinada tarea de índole teórica, práctica, cognoscitiva, pedagógica y de otra índole. Antes de cumplir una determinada tarea práctica, el hombre traza sus acciones en esa dirección, elige el procedimiento o sistema de ellos, con el cual se propone lograr su objetivo. Los métodos son las vías, los procedimientos que crean las formas para lograr conocimientos verdaderos correspondientes al objeto y al carácter del proceso cognoscitivo que tiene enorme significado en la actividad de los científicos.

En relación con la contextualización, la cual conlleva trasladar los conceptos matemáticos a situaciones del mundo físico que consoliden significativamente el proceso de enseñanza–aprendizaje, se hace necesario enfatizar en un método que ayude en este proceso y por ende fortalecer el proceso de enseñanza–aprendizaje. El *método solución de problemas contextualizados* es una guía que ayudará al docente mejorar su práctica educativa al interior del aula, fortalecer el aprendizaje de las matemáticas aplicadas al contexto. Las matemáticas aplicadas, conectan la realidad física con los constructos teóricos de las misma, todas las ciencias crean sus estructuras teóricas desde los fenómenos ya sean físicos o químicos con la base sólida de cálculos y análisis lógico que son moldeados por las matemáticas.

Es así como, la importancia de esta asignatura y la forma como se enseña debe ser el objetivo de los centros de formación docente que existen en el país, para llegar a esta parte debe reformularse los planes de aprendizaje y fortalecer la investigación. A continuación, se presenta la propuesta: *método de solución de problema contextualizados* para la enseñanza–aprendizaje de productos notables y factorización. El método fue elaborado tomando como referencia la Heurística de solución de problemas, la contextualización y la fase didáctica de resolución de eventos contextualizados propuesto por Camarena (1999) en la Educación Superior, cabe desatacar que para la aplicación efectiva de la propuesta es necesario complementarla con situaciones didácticas contextualizadas, de esta manera se tendrán resultados efectivos en el proceso de enseñanza-aprendizaje de las Matemáticas. Así también, el docente puede sacarle el máximo provecho al método con la utilización de otras metodologías como el aprendizaje colaborativo, el aprendizaje basado en el pensamiento, entre otras, es posible aplicarlo mediante una planificación eficaz de la actividad a realizarse. Finalmente, se presenta el *método de solución de problemas contextualizados* para la educación secundaria en la enseñanza–aprendizaje de Matemáticas.

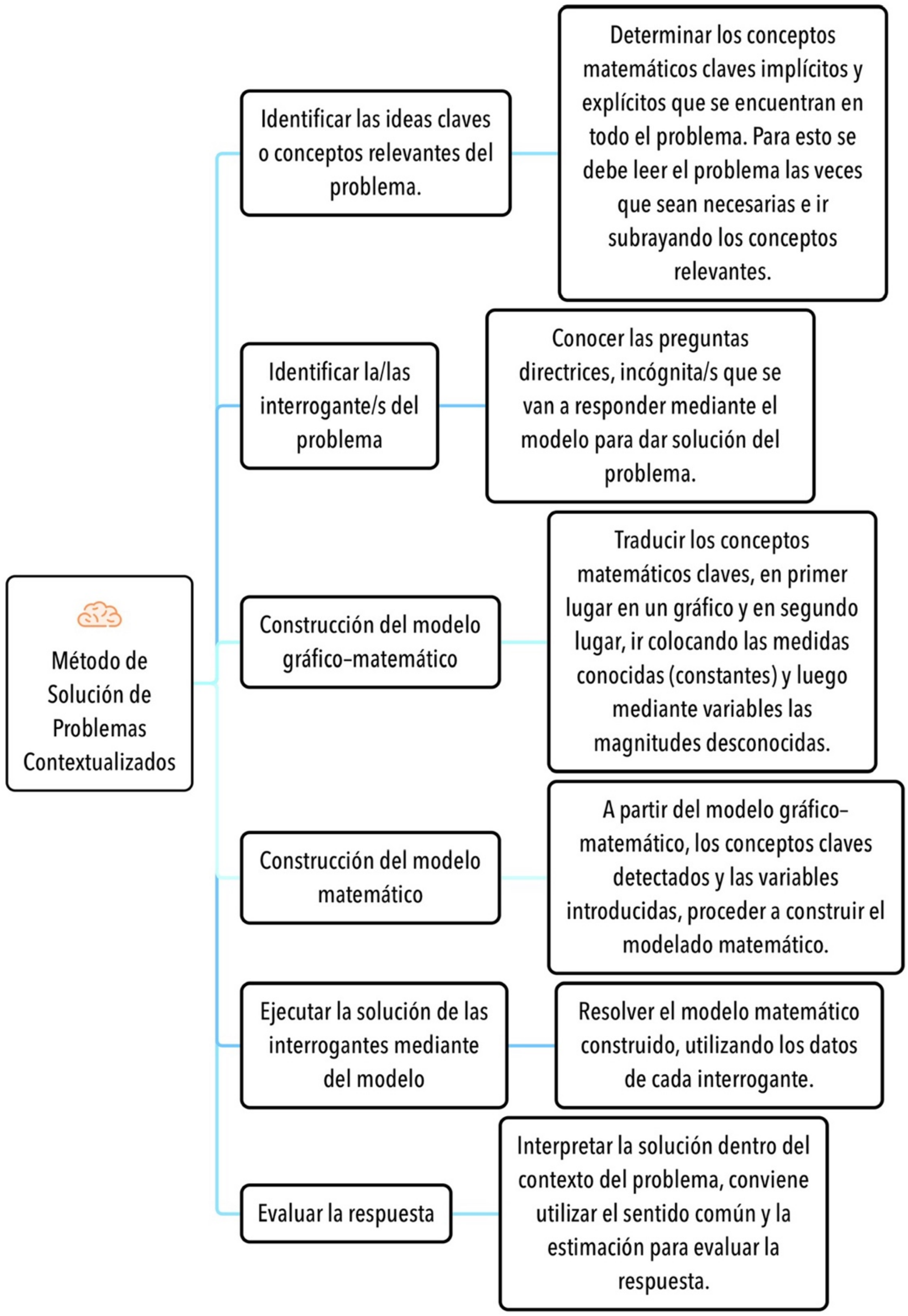


Figura 10. Método de Solución de Problemas Contextualizados
Fuente y elaboración propias

A continuación, para complementar el objetivo 1 se presentará una ejemplificación del *método de solución de problema contextualizados* aplicado al tema de casos de Productos Notables para 10mo año de Educación General Básica. El problema por resolver reúne las características de ser una situación del contexto a resolver con el apoyo de las matemáticas, específicamente con el tema de productos notables y factorización. Este tema específico de las matemáticas aborda el concepto de área y volumen, conceptos claves que se manejan para ubicación espacio–tiempo del mundo material que nos rodea. El método desarrollado pretende ser ambicioso para ser utilizado en los niveles de primaria y secundaria para la solución de problemas contextualizados e incluso puede ser aplicado en otras ciencias como la Física, la Química entre otras. Finalmente, los problemas contextualizados que el docente presente a los estudiantes debe ser resuelto en lo posible mediante la visita directa al terreno o lugar donde se ha planteado la problemática, la eficacia del método exige que el estudiante observe de manera directa el problema, así mismo, se pueden construir maquetas para facilitar la apropiación del problema en los estudiantes o utilizar el lugar de estudios de los estudiantes para plantear problemas contextualizados. A continuación, se presenta la ejemplificación del método:

Planteamiento del problema

Podar un campo. Cada mes una sección del parque La Carolina es podado alrededor de los bordes. Al interior de la sección del parque se deja una parte sin podar para que sirva de hábitat para aves y animales pequeños. La sección del parque a podar mide p metros por p metros y la franja podada del parque es de x metros de ancho desde los bordes del parque. Determinar: (a) el área de la región podada, (b) El alcalde de la ciudad desea saber cuánto gastaría en la podada, si p=100 m y x= 25 m ; sabiendo que el metro cuadrado le cuesta $1,5.

1) *Conceptos relevantes del problema*

Cada mes una sección del parque La Carolina es podado alrededor de los bordes. Al interior de la sección del parque se deja una parte sin podar para que sirva de hábitat para aves y animales pequeños. La sección del parque a podar mide p metros por p metros y la franja podada del parque es de x metros de ancho desde los bordes del parque. Determinar: (a) el área de la región podada, (b) El alcalde de la ciudad desea saber cuánto gastaría en la podada, si p = 100 m y x = 25 m sabiendo que el metro cuadrado le cuesta $1,5.

Conceptos claves detectados: Cuadrado, Área, Región, metro cuadrado.

Es de vital importancia que el docente guíe a los estudiantes en la determinación los conceptos claves, ya que, pueden estar también de manera implícita o explícita.

2) Interrogantes del problema

Las interrogantes del problema, que se deben responder son:

(a) el área de la región podada,

(b) El alcalde de la ciudad desea saber cuánto gastaría en la podada, si p=100 m y x= 25 m; sabiendo que el metro cuadrado le cuesta $1,5.

3) Modelo gráfico–matemático

Del planteamiento del problema y de la identificación de los conceptos relevantes, se procede a graficar la situación problemática. Se sugiere que, los estudiantes observen de manera directa el lugar del problema, también el docente puede plantear la situación a resolver mediante maquetas. Finalmente, se recomienda al docente diseñar problemas contextualizados utilizando los espacios de la institución para así evitar el traslado de los estudiantes. Entonces, se tiene:

Análisis verbal: La sección del parque la Carolina a podar mide *p* metros por *p* metros, que se trata de un cuadrado.	Análisis verbal: Al interior de la sección del parque se deja una parte sin podar para que sirva de hábitat para aves y animales pequeños. La franja podada mide x de ancho desde los bordes del parque.	Análisis verbal: Finalmente, uniendo los dos gráficos, se determina que la longitud de la región sin podar sería $p - x - x = p - 2x$. Que se trata también de un cuadrado, por inferencia lógica.

Construcción gráfica: | Construcción gráfica: | Construcción gráfica:

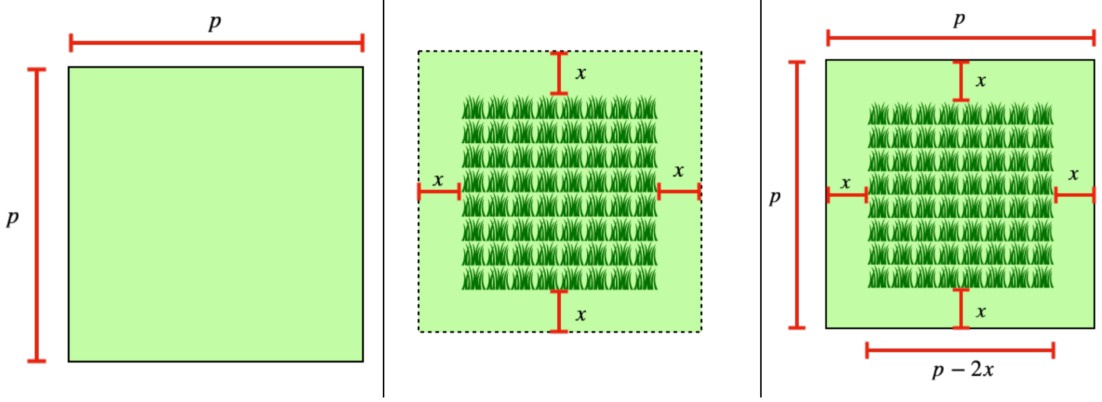


Figura 11. Modelo gráfico–matemático del problema
Fuente y elaboración propias

4) Construcción del modelo matemático

Ahora, tomando como referencia el gráfico se observa que la sección a podar representa un cuadrado, y que la región sin podar también. Si tomamos los conceptos claves cuadrado–área-metro cuadrado anteriormente determinados y los enlazamos se tiene otro concepto importante: área de un cuadrado $(A = l^2)$ medida en metros cuadrados. Del gráfico también se observa que hay un cuadrado grande y uno pequeño al interior, para encontrar el Área podada (A_{podada}) se debería restar: área mayor (A_M) que es toda la sección del parque a podar menos el área menor (A_m) que es la sección interior del parque que no se va a podar, entonces tenemos:

$$A_{podada} = A_M - A_m$$

$$A_{podada} = l^2{}_M - l^2{}_m$$

$$A_{podada} = p^2 - (p - 2x)^2$$

Aplicando el caso de Binomio diferencia al cuadrado y distributiva por la izquierda del signo negativo, se tiene:

$$A_{podada} = p^2 - (p^2 - 4xp + 4x^2)$$

$$A_{podada} = p^2 - p^2 + 4xp - 4x^2$$

$$A_{podada} = 4xp - 4x^2$$

$$A_{podada} = 4x(p - x)\ m^2$$

5) Solución a las interrogantes apartir del modelo

a) Área de la región podada

$$A_{podada} = 4x(p - x)\ m^2$$

b) El alcalde de la ciudad desea saber cuánto gastaría en la podada, si p = 100 m, x= 25 m; sabiendo que el metro cuadrado le cuesta \$1,5. Revisando esta segunda interrogante lo que se debe hacer es reemplazar p = 100 m y x = 25 m en la fórmula anterior, que corresponde al área podada, entonces se tiene:

$$A_{podada} = 4x(p - x)\, m^2$$
$$A_{podada} = 4 \cdot 25(100 - 25)\, m^2$$
$$A_{podada} = 7\,500\, m^2$$

Luego, se observa que el metro cuadrado a podar cuesta \$1,5 por lo que, se debería realizar una multiplicación del área por el costo para conocer el gasto total por el área podada.

$$Costo = 7\,500\ \times\ 1{,}5$$
$$Costo = \$\ 11\,250$$

6) Evaluar la respuesta

La respuesta obtenida en el literal a) corresponde al valor del área podada en función de las dos variables: “p” que corresponde a la medida de toda la sección a podar por los bordes y “x” que corresponde al ancho de la franja podada. Esta fórmula corresponde a la solución general, y permite sustituir cualquier valor que cumpla la condición “p > x”, para encontrar la solución particular. Para el literal b) se observa que para valores de “p” y “x” se obtiene una solución particular de análisis, mediante esta solución particular se determinar el costo del área a podar, con la cual se pueden tomar decisiones para realizar el contrato de podado.

En definitiva, respondiendo a la pregunta sobre ¿cómo enseñar productos notables y factorización al alumnado? Tenemos que, el método de solución de problemas contextualizados propone una guía de pasos para la solución de problemas matemáticos aplicados a las situaciones del diario vivir, a problemas de las Ciencias, y relacionadas con las posibles profesiones futuras de los estudiantes. Los problemas contextualizados pretenden darles sentido a los conceptos matemáticos descontextualizados que, en muchos de los casos hacen ver a la matemática como algo sin sentido, sin utilidad. Trasladar a la matemática al contexto donde los estudiantes tocan directamente el mundo que nos rodea, dará sentido el aprendizaje de los conceptos matemáticos. Así, esta guía de pasos consolidará la solución de ejercicios contextualizados en la Matemática. La implementación del método tendrá un impacto positivo en los beneficiarios que son los estudiantes y los maestros, ya que permitirá mejorar el proceso de enseñanza–aprendizaje de las Matemáticas.

4. Objetivo 2: Aplicación y evaluación del Método de solución de problemas contextualizados

Respondiendo al objetivo 2, la aplicación del método en los estudiantes de Décimo año de Educación General Básica de la Unidad Educativa Isabel Tobar permitirá la recolección de datos para medir los resultados de la implementación del método. La intervención se lo efectuó mediante clases presenciales y con el documento guía que se encuentra en los anexos, para la recolección de los datos se aplicaron dos entrevistas estructuradas o enfocadas con preguntas fijadas de antemano que contienen categorías para que el entrevistado elija respondiendo de manera cerrada y dos pruebas de base estructurada sobre productos notables y factorización, la primera entrevista y prueba de base estructurada se aplicó al final de la enseñanza–aprendizaje de productos notables y factorización sin la implementación del método de solución de problemas contextualizados, y la segunda entrevista y prueba de base estructurada se aplicó al final de la enseñanza–aprendizaje de productos notables y factorización con la implementación del método de solución de problemas contextualizados, además de las observaciones realizadas por la rectora de la institución como evaluadora externa. Antes de la aplicación del método, los estudiantes tuvieron la clase de Productos Notables y Factorización con un profesor que aplicó estrategias y métodos propias de su experiencia y diferentes a la propuesta planteada en esta investigación, de estas clases al final se les aplicó la primera entrevista a los estudiantes y la prueba de base estructurada para tabular y organizar los datos y determinar el nivel de adquisición de los aprendizajes. Luego, a los estudiantes se les complementó en el aprendizaje de productos notables y factorización que fue enseñado el método de solución de problemas contextualizados planteado en la presente investigación, de estas clases al final se les aplicó la segunda entrevista a los estudiantes y la prueba de base estructurada para tabular y organizar los datos y determinar el nivel de adquisición de los aprendizajes. Los datos obtenidos serán procesados en términos de medidas descriptivas tales como: frecuencias, medidas de tendencia central como medias aritméticas y de dispersión como desviación típica y varianza. A continuación, se detalla el proceso utilizado. Cabe resaltar que, la institución no contaba con dos cursos de décimo año, razón por la cual se les aplicó la metodología al mismo grupo objetivo de estudio. Para evitar el sesgo y determinar que la metodología no es lo único que aporta a mejorar el rendimiento de los aprendizajes en los estudiantes también se consideraron otras variables determinantes como el *aprendizaje basado en la solución de problemas* y el *aprendizaje colaborativo*, estas dos metodologías se utilizaron al momento de implementar el *método de solución de problemas contextualizados*.

- Primero para los cincos ítems del instrumento se determinó la calificación de dos puntos por ítem si la pregunta es respondida correctamente. Dando un puntaje máximo a obtener de 10 puntos.
- Los resultados de las pruebas de base estructurada se organizaron en tablas de frecuencias. Para lo cual denominaremos evaluación 1 a los: *Resultados obtenidos sin la aplicación del método de solución de problemas contextualizados;* y evaluación 2 a los: *Resultados obtenidos con la aplicación del método de solución de problemas contextualizados*
- Se utilizó el programa SPSS para procesar las tablas de frecuencias y determinar la media aritmética, varianza y desviación típica.
- Se interpretaron los resultados en términos descriptivos, para responder a los objetivos e hipótesis de investigación.
- Los resultados de las entrevistas estructuradas se reportaron en una tabla de frecuencias, con los respectivos análisis estadísticos. Los resultados permitirán realizar una triangulación con los demás resultados de los instrumentos cualitativos.
- Se confrontaron los hallazgos con la teoría.

Para la prueba de hipótesis se escogió la prueba Z a dos colas con un nivel de significancia del 5% α= 0,05, que denota al valor Z el guarismo crítico que separa las zonas de aceptación y rechazo de la hipótesis nula.

5. Análisis de la prueba de base estructurada, prueba de hipótesis y correlación de variables

5.1. Tablas de frecuencias

Tabla 9

Resultados obtenidos de la evaluación 1

Calificaciones (x_i)	Frecuencias (f_i)	$(x_i)(f_i)$	$(x_i^2)(f_i)$
0	0	0	0
2	7	14	28
4	9	36	144
6	4	24	144
8	4	32	256
10	1	10	100
	$\sum f_i = 25$	$\sum x_i \cdot f_i = 116$	$\sum x_i^2 \cdot f_i = 672$

Fuente: Evaluación N. 1
Elaborado por: Investigador

Tabla 10

Resultados obtenidos de la evaluación 2

Calificaciones (x_i)	Frecuencias (f_i)	$(x_i)(f_i)$	$(x_i^2)(f_i)$
0	0	0	0
2	3	6	12
4	2	8	32
6	3	18	108
8	9	72	576
10	8	80	800
	$\sum f_i = 25$	$\sum x_i \cdot f_i = 184$	$\sum x_i^2 \cdot f_i = 1528$

Fuente: Evaluación N. 2
Elaborado por: Investigador

5.2. Cálculos estadísticos para los datos obtenidos

Cálculo de la media aritmética

Evaluación 1

$$\bar{x}_1 = \frac{\Sigma(x_i \cdot f_i)_1}{n_1} = \frac{116}{25} \approx 4{,}64$$

Evaluación 2

$$\bar{x}_2 = \frac{\Sigma(x_i \cdot f_i)_2}{n_2} = \frac{184}{25} \approx 7{,}36$$

Cálculo de la varianza y la desviación típica

Evaluación 1

Evaluación 2

$$\bar{\sigma}_1 = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{n_1} - \bar{x}_1^2} \qquad \bar{\sigma}_2 = \sqrt{\frac{\sum x_i^2 \cdot f_i}{n_1} - \bar{x}_1^2}$$

$$\bar{\sigma}_1 = \sqrt{\frac{672}{25} - 4{,}64^2} \qquad \bar{\sigma}_2 = \sqrt{\frac{1528}{25} - 7{,}36^2}$$

$$\bar{\sigma}_1 = 2{,}31 \qquad \bar{\sigma}_2 = 2{,}64$$

5.3. Gráfico de la media aritmética para la evaluación 1 y evaluación 2

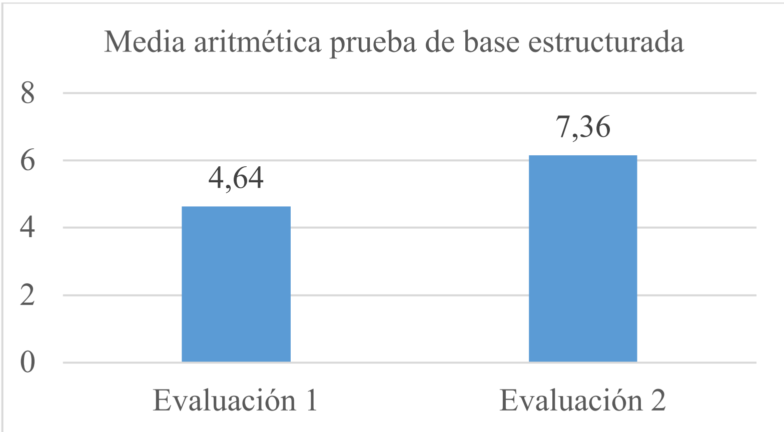


Figura 12. Media aritmética prueba de base estructurada
Fuente: Evaluación 1 y 2

Del gráfico se puede observar que la media aritmética de la evaluación 1 que corresponde a la enseñanza–aprendizaje de productos notables sin la aplicación del método es de 4,64; mientras que de la evaluación 2 que corresponde a la enseñanza–aprendizaje de productos notables con la aplicación del método es de 7,36; lo que significa que los estudiantes alcanzan los aprendizajes requeridos sobre productos notables y factorización.

5.4. Análisis y prueba de hipótesis general

5.4.1. Lenguaje cotidiano

Hipótesis de Investigación (Hi): El uso del método Solución de problemas contextualizados contribuye significativamente en la enseñanza aprendizaje de productos notables y factorización.

Hipótesis Nula (Ho): El uso del método Solución de problemas contextualizados no contribuye significativamente en la enseñanza aprendizaje de productos notables y factorización.

5.4.2. Lenguaje matemático

Hi:	$\bar{x}_2 \neq \bar{x}_1$	La media aritmética de la evaluación 2 es diferente a la media aritmética de la evaluación 1
A_1:	$\bar{x}_2 > \bar{x}_1$	La media aritmética de la evaluación 2 es mayor que la media aritmética de la evaluación 1
A_2:	$\bar{x}_2 < \bar{x}_1$	La media aritmética de la evaluación 2 es menor que la media aritmética de la evaluación 1
Ho:	$\bar{x}_2 = \bar{x}_1$	La media aritmética de la evaluación 2 es igual a la media aritmética de la evaluación 1

Tabla 11

Registro de los valores estadísticos de la evaluación 1 y 2

N.	Evaluación 1		Evaluación 2	
	Media Aritmética $(\bar{x})$	Desviación estándar (σ)	Media Aritmética $(\bar{x})$	Desviación estándar (σ)
1	4,64	2,31	7,36	2,64

Fuente: Instrumentos de Evaluación 1 y 2
Elaborado por: Investigador

5.4.3. Prueba Z

Para establecer las regiones de aceptación o rechazo utilizamos los criterios de niveles de confianza para un intervalo de 95 % de aceptación:

Nivel de confianza = $(1-\alpha).100\%$; donde el nivel de significancia "α" será igual al 5 %:

$$\text{Nivel de confianza} = (1-\alpha).100\%$$

$$95\% = (1-\alpha).100\%$$

$$\alpha = 1 - \frac{95\%}{100\%}$$

$$\alpha = 0{,}05$$

$$\alpha = 5\%$$

Como la prueba de hipótesis es simétrica a dos colas: cola superior e inferior de la distribución se tiene:

$$\alpha = \frac{5\%}{2}$$

$$\alpha = 2{,}5\%$$

Para un nivel de confianza al 95 % dividido entre dos, ya que la prueba es a dos colas obtendremos 0,95/2 tenemos 0,475 de acuerdo con la estadística corresponde a un valor z=1,96 para las regiones simétricas de rechazo en la campana de distribución normal en términos de porcentaje se tiene 2,5%. Finalmente, para el cálculo del parámetro Z se propone la siguiente simbología:

$\bar{x}_1$: Media aritmética de la evaluación 1

$\bar{x}_2$: Media aritmética de la evaluación 2

σ_1: Desviación típica de la evaluación 1

σ_2: Desviación típica de la evaluación 2

n_e: Número de estudiantes

Los datos son:

$\bar{x}_1$: 4,64

$\bar{x}_2$: 7,36

σ_1: 2,31

σ_2: 2,64

n_e : 25

Cálculo de la prueba Z

$$Z_c = \frac{\overline{x_2} - \overline{x_1}}{\sqrt{\frac{{\sigma_2}^2}{n_e} + \frac{{\sigma_1}^2}{n_e}}}$$

$$Z_c = \frac{7{,}36 - 4{,}64}{\sqrt{\frac{2{,}64^2}{25} + \frac{2{,}31^2}{25}}}$$

$$Z_c = 3{,}88$$

De acuerdo con los resultados anteriores por análisis de orden numérico se tiene:

$$Zc > Zt$$

$$3{,}88 > 1{,}96$$

De modo que, $Z_C = 3{,}88$ está en la región de exclusión de la distribución normal, dando como resultado un rechazo de la Ho: $\bar{x}_2 = \bar{x}_1$ y una aprobación de la Hi: $\bar{x}_2 \neq \bar{x}_1$ con la alternativa $\bar{x}_2 > \bar{x}_1$, es decir:

Hipótesis he Investigación (Hi): El uso del método Solución de problemas contextualizados contribuye significativamente en la enseñanza aprendizaje de productos notables y factorización.

Podemos observar, que el promedio de los estudiantes de Décimo año que se les aplicó el método de solución de problemas contextualizados en la enseñanza de Productos Notables y Factorización es alto, con respecto al promedio inicial cuando se les enseñó sin el método.

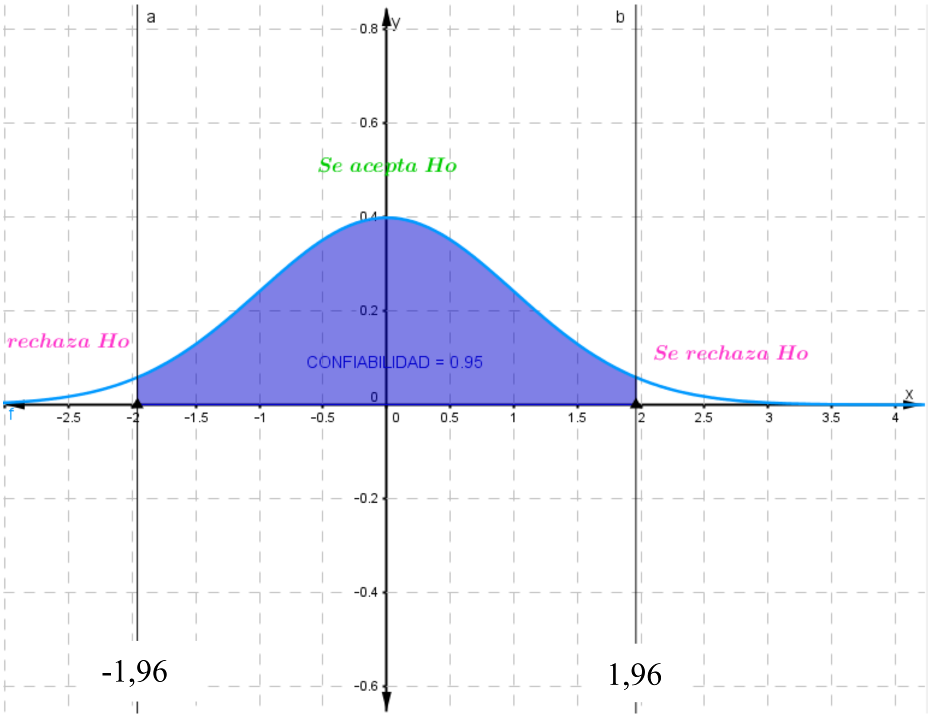


Figura 13. Cálculo de Z en Geogebra
Fuente: Evaluación 1 y 2

5.5. Consolidación de los resultados

Por otra, para consolidar los resultados y evitar el sesgo que se puede cometer al considerar la misma población para la aplicación del método se tomó en cuenta el cálculo de correlación de variables para demostrar que la metodología es una variable determinante en la mejora de los aprendizajes, pero, existen otras variables que coadyuvan a la metodología de solución de problemas contextualizados dado que, el método fue enseñando conjuntamente con el *aprendizaje basado en la solución de problemas contextualizados* y el *aprendizaje colaborativo*, estas dos metodologías se utilizaron al momento de implementar la propuesta. Así mismo, permitirá comprender el echo de que enseñarle al grupo de estudiantes objetivo con una primera intervención sin la aplicación del *método de solución de problemas contextualizados,* y luego con una segunda intervención al mismo grupo de estudiantes con la aplicación del método, no existe una correlación fuerte de que la primera intervención pudo ayudar a mejorar los aprendizajes en la segunda intervención, ya que las metodologías aplicadas son diferentes. Finalmente, se consideró la misma población desde el punto de vista de un relevamiento de base para realizar la comparación de los resultados, el objetivo de un estudio de línea de base es proporcionar información sobre la cual monitorear, evaluar el progreso y medir la eficacia de la intervención durante la implementación.

5.5.1. Coeficiente de correlación

Es una prueba estadística para analizar la relación entre dos variables medidas en un nivel por intervalos o de razón. Se le conoce también como "coeficiente producto-momento". De acuerdo con Hernández (2014, 305) menciona que:

> *Se simboliza*: r
> *Hipótesis para probar*: correlacional, del tipo de "a mayor X, mayor Y", "a mayor X, menor Y", "altos valores en X están asociados con altos valores en Y", "altos valores en X se asocian con bajos valores de Y". La hipótesis de investigación señala que la correlación es significativa.
> *Variables*: dos. La prueba en sí no considera a una como independiente y a otra como dependiente, ya que no evalúa la causalidad. La noción de causa-efecto (independiente-dependiente) es posible establecerla teóricamente, pero la prueba no asume dicha causalidad.
> El coeficiente de correlación de Pearson se calcula a partir de las puntuaciones obtenidas en una muestra en dos variables. Se relacionan las puntuaciones recolectadas de una variable con las puntuaciones obtenidas de la otra, con los mismos participantes o casos.
> *Nivel de medición de las variables*: intervalos o razón.
> *Interpretación:* el coeficiente "r" de Pearson puede variar de –1.00 a +1.00, donde
> –1.00 = correlación negativa perfecta. ("A mayor X, menor Y", de manera proporcional. Es decir, cada vez que X aumenta una unidad, Y disminuye siempre una cantidad constante). Esto también se aplica "a menor X, mayor Y".
> –0.90 = Correlación negativa muy fuerte.
> –0.75 = Correlación negativa considerable.
> –0.50 = Correlación negativa media.
> –0.25 = Correlación negativa débil.
> –0.10 = Correlación negativa muy débil.
> 0.00 = No existe correlación alguna entre las variables.
> +0.10 = Correlación positiva muy débil.

+0.25 = Correlación positiva débil.
+0.50 = Correlación positiva media.
+0.75 = Correlación positiva considerable.
+0.90 = Correlación positiva muy fuerte.
+1.00 = Correlación positiva perfecta. (“A mayor X, mayor Y” o “a menor X, menor Y”, de manera proporcional. Cada vez que X aumenta, Y aumenta siempre una cantidad constante.) El signo indica la dirección de la correlación (positiva o negativa); y el valor numérico, la magnitud de la correlación.

5.5.2. Correlación de Pearson

Para el cálculo de la correlación de variables se utilizó en el coeficiente de correlación de Pearson, para este coeficiente se consideró los resultados de las evaluaciones obtenidas. Cabe indicar que, la determinación de las variables independientes para las intervenciones se tomó también como referencia el informe de la experta que observó las clases tanto para la primera intervención como para la segunda intervención. Así, se elaboró una tabla como se muestra a continuación:

Tabla 12
Determinación de variables para el cálculo de la correlación

Primera intervención sin la aplicación de la propuesta	**Segunda intervención con la aplicación de la propuesta**
Variable dependiente: Rendimiento académico	Variable dependiente: Rendimiento académico
Variables independientes: Clase magistral Aprendizaje basado en la solución de problemas descontextualizados Aprendizaje individual Aprendizaje mecanicista	Variables independientes: Clase dialógica La Metodología propuesta Aprendizaje basado en la solución de problemas contextualizados Aprendizaje individual y colaborativo

Fuente y elaboración propias

A continuación, luego de la construcción de las variables se elaboró una tabla con los resultados de las evaluaciones 1 y 2 obtenidas.

Tabla 13
Resultados obtenidos de las evaluaciones 1 y 2

Evaluación 1	Evaluación 2
$(x_i)(f_i)$	$(x_i)(f_i)$
0	0
14	6
36	8
24	18
32	72

10	80
$\sum x_i \cdot f_i = 116$	$\sum x_i \cdot f_i = 184$

Fuente y elaboración propias

Luego, mediante el software de Excel se procedió a graficar el diagrama de dispersión y el coeficiente de correlación de Pearson entre los resultados.

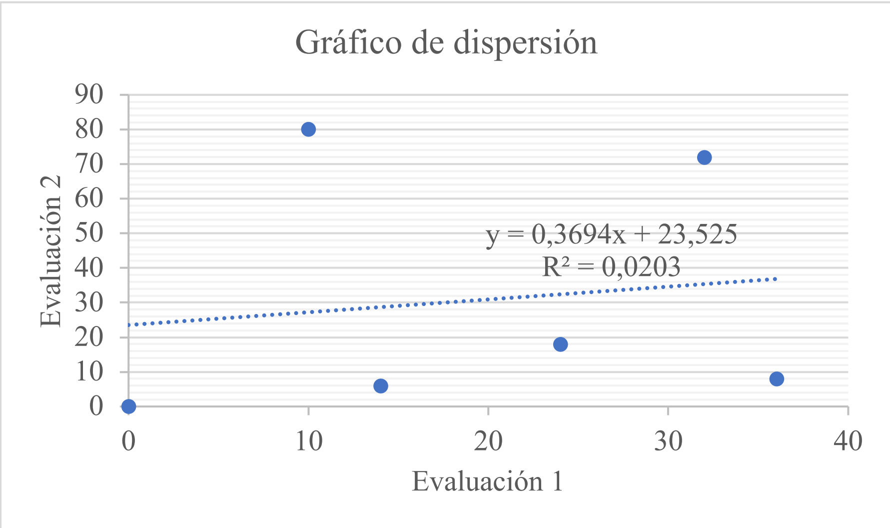


Figura 14. Diagrama de dispersión de las evaluaciones 1 y 2
Fuente: Evaluación 1 y 2

Un primer análisis que se obtiene del gráfico que permite visualizar gráficamente la correlación, como se observa las coordenadas se encuentran dispersas dicha situación apunta a que existe una correlación débil, por otra parte, la línea punteada de tendencia se encuentra inclinada a la derecha indicando una correlación positiva. Por otra parte, el coeficiente de determinación R que se encuentra en la gráfica de valor 0,0203 indica que es un modelo que explica en un 2,03% a la variable real, prácticamente la intervención 1 no explica o modifica a la intervención 2.

Finalmente, se obtuvo el valor del coeficiente de correlación de Pearson en Excel:

$$r = 0,1426509$$

Y de acuerdo con la escala propuesta por Sampieri y el valor de la correlación, se tiene una correlación positiva débil, que se interpretaría como una relación débil entre las intervenciones, es decir, que los procedimientos o metodologías aplicadas en la primera intervención tienen relación de afectación débil a los procedimientos o metodologías aplicadas en la segunda intervención.

6. Análisis de las metodologías que coadyuvaron en el método de solución de problemas contextualizados.

De este modo, las metodologías que complementaron al desarrollo del método y que se constituyen en variables independientes fueron la Clase dialógica, el Aprendizaje basado en la solución de problemas contextualizados, el Aprendizaje individual y colaborativo.

Al respecto, de la clase dialógica Velasco y De González (2008, 466) mencionan que, "la presencia de prácticas de carácter dialógico es el método principal para promover el aprendizaje". El docente para los tiempos actuales ya no es el dueño del conocimiento, sino más bien, es un guía en la construcción de este. La interacción dialógica al interior del aula ayuda a construir los conceptos entre el docente y los estudiantes, genera confianza y se permite el aprendizaje mediante el ensayo y error. Así mismo, el Aprendizaje basado en la solución de problemas contextualizados es una metodología centrada en el estudiante que permite al docente proponer actividades didácticas problematizadoras y concretas, es decir, plantear situaciones del mundo físico que le permitan al estudiante trasladar y aplicar de manera directa los conceptos abstractos revisados en Matemáticas, de manera que, estas actividades contextualizadas generen aprendizajes significativos en la cognición de los estudiantes.

Finalmente, el aprendizaje individual permite al estudiante aprender a su propia manera y consolidar los conocimientos, para luego divulgar ideas y aquí es donde ingresa el aprendizaje colaborativo que abre espacios para la interacción compartida, garantizando así la participación activa en la solución de problemas por parte de los estudiantes involucrados. La consolidación efectiva de grupos de trabajo en un factor que también determina el rendimiento de los estudiantes, definir roles en un grupo coadyuva en cumplimiento de objetivos. Cuando hay una debida planificación por parte del docente en metologías, el proceso de enseñanza–aprendizaje mejora. El compromiso con la educación por parte de los docentes es fundamental si apuntamos a mejorarla.

7. Análisis de la entrevista estructurada

A continuación, se presenta los resultados de la entrevista 1 y 2 aplicada a los estudiantes, donde se contrastan los resultados obtenidos con la teoría. De la entrevista dirigida a los estudiantes se tiene:

Pregunta 1

En la entrevista 1. ¿Cuánto recuerdas de la clase de Productos Notables y Factorización?

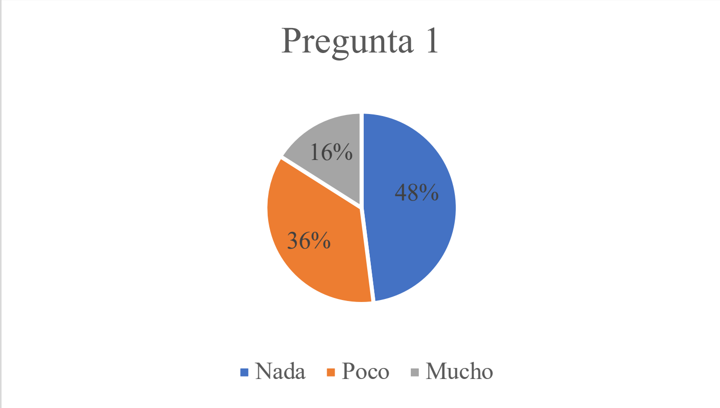
Categoría	**Frecuencias**	**Gráfico**
Nada	12	
Poco	9	
Mucho	4	
Total	25	

Figura 15 Resultado gráfico de la pregunta 1 para la entrevista 1
Fuente: Entrevista 1

Se obtuvo que, el 48 % de los estudiantes no recuerdan nada del tema, un 36 % recuerda poco y un 16 % recuerda mucho. Esto demuestra que al momento de utilizar métodos de enseñanza tradicionales o métodos que no generan aprendizajes significativos producen una adquisición del conocimiento bastante baja y por ende no útil, convergiendo en un olvido de lo enseñado o en un aprendizaje a corto plazo, lo que genera que los estudiantes se memoricen el conocimiento por el momento para salir bien en las evaluaciones.

En la entrevista 2. ¿Cuánto recuerdas de la clase de Productos Notables y Factorización?

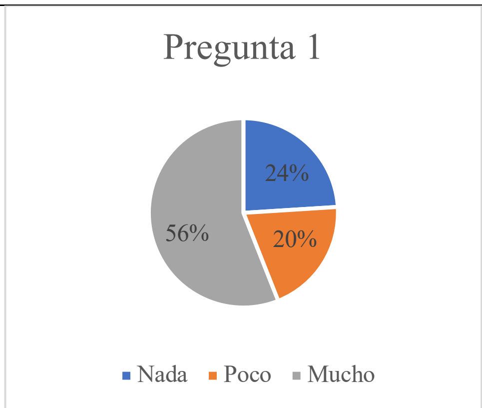
Categoría	**Frecuencias**	**Gráfico**
Nada	6	
Poco	5	
Mucho	14	
Total	25	

Figura 16. Resultado gráfico de la pregunta 1 para la entrevista 2
Fuente: Entrevista 2

Se obtuvo que, el 24 % de los estudiantes no recuerdan nada del tema, un 20 % recuerda poco y un 56 % recuerda mucho. Se puede observar que la implementación del método generó un aprendizaje significativo del tema, al momento de contextualizar con la vida diaria los conceptos aprendidos en matemáticas se activa un aprendizaje significativo a largo plazo, la manipulación de la situación práctica a resolver con la ayuda de las matemáticas, consolida la adquisición del conocimiento, generando que los estudiantes se sientan seguros de que aprendieron evitando así que los mismos recurran a estrategias tradicionales para recordar solo por el momento.

Pregunta 2

En la entrevista 1. ¿Aprendiste el tema de Productos Notables y Factorización?

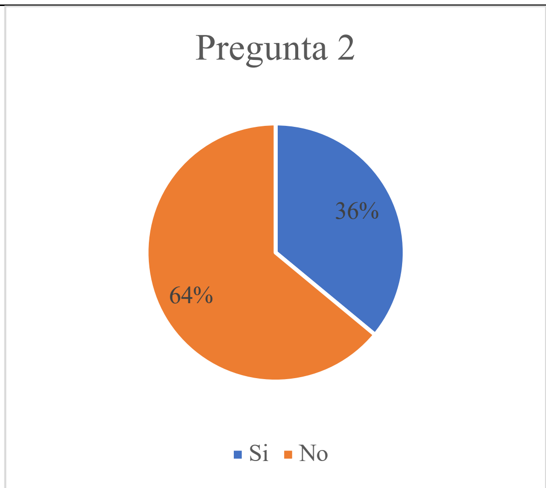
Categoría	Frecuencias	Gráfico
Si	9	
No	16	
Total	25	

Figura 17. Resultado gráfico de la pregunta 2 para la entrevista 1
Fuente: Entrevista 1

Se obtuvo que, el 64 % de los estudiantes no aprendió el tema, y un 36 % si aprendió. Se puede observar que desde la cognición de los estudiantes ellos sienten que no aprendieron sobre el tema, esto ocurre cuando lo aprendido no ha sido bien enseñado o bien las técnicas y estrategias no ayudaron a la comprensión del tema, el tema de productos notables y factorización es un tema bastante complejo que genera muchas de las veces frustración en los estudiantes.

En la entrevista 2. ¿Aprendiste el tema de Productos Notables y Factorización?

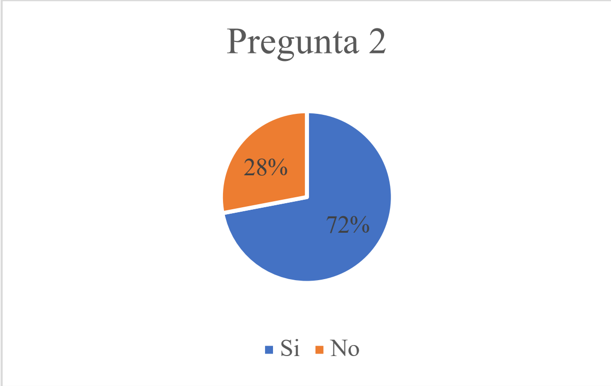
Categoría	**Frecuencias**	**Gráfico**
Si	18	
No	7	
Total	25	

Figura 18. Resultado gráfico de la pregunta 2 para la entrevista 2
Fuente: Entrevista 2

Se obtuvo que, el 28 % de los estudiantes no aprendió el tema y un 72 % si aprendió, se puede observar que la aplicación del método generó una mayor comprensión y aprendizaje del tema, el proceso de enseñanza–aprendizaje es un sistema complejo porque está constituido por personas el reto radica en consolidarlo en la mayoría de ellos, el método de solución de problemas contextualizados permite la conexión y consecuentemente la activación de un aprendizaje duradero.

Pregunta 3

Para la entrevista 1. Califica del 1 al 5 la utilidad que ha tenido en tu vida el tema de Productos Notables y Factorización.

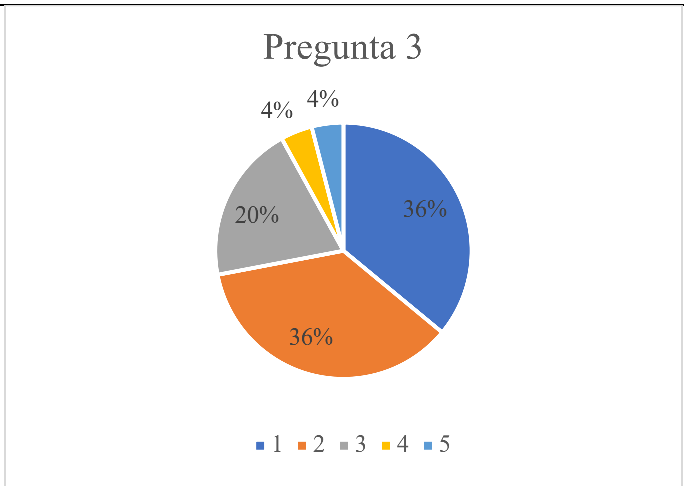
Categoría	**Frecuencias**	**Gráfico**
1 Nada	9	
2 Algo	9	
3 Poco	5	
4 Mucho	1	
5 Muchísimo	1	
Total	25	

Figura 19. Resultado gráfico de la pregunta 3 para la entrevista 1
Fuente: Entrevista 1

Se obtuvo que, el 72 % de los estudiantes no encontró útil en su vida el tema, un 8 % si lo encontró útil y un 20 % encontró el tema mediamente útil. Se puede observar claramente que la aplicación de métodos y estrategias tradicionales o no activas evita observar la utilidad del aprendizaje, produciendo que la adquisición del conocimiento no se complete lo cual consolida en el estudiante interrogantes acerca de la utilidad de lo que está aprendiendo, la contextualización del aprendizaje es una manera de acercar al estudiante con la realidad dándole un realce al conocimiento y haciéndolo significativo.

Para la entrevista 2. Califica del 1 al 5 la utilidad que ha tenido en tu vida el tema de Productos Notables y Factorización.

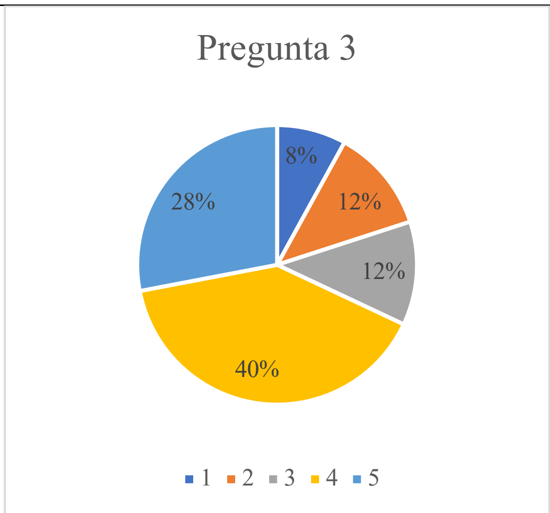
Categoría	**Frecuencias**	**Gráfico**
1 Nada	2	
2 Algo	3	
3 Poco	3	
4 Mucho	10	
5 Muchísimo	7	
Total	25	

Figura 20. Resultado gráfico de la pregunta 3 para la entrevista 2
Fuente: Entrevista 2

Se obtuvo que, el 20 % de los estudiantes no encontró útil en su vida el tema, un 68 % si lo encontró útil y un 12 % encontró el tema mediamente útil. Se puede observar que la aplicación del método generó un sentido de utilidad del tema en la vida práctica del estudiante, lo que le permitirá consolidar en su cognición conocimientos a largo plazo, recordar los conceptos y aplicarlos. La contextualización es la herramienta clave para activar los procesos cognitivos. Muchas de las veces no se enseñan en el aula la utilidad de lo que se aprende, lo cual genera problemas en cadena como la memorización desarraigada del sentido, adquisición del aprendizaje por el momento, mecanización de procesos, entre otros.

Pregunta 4

Para la entrevista 1. ¿El tema de Productos Notables y Factorización guarda relación con el concepto de?

Categoría	**Frecuencias**	**Gráfico**
Área y volumen	4	
Fórmulas	17	
Estadística	2	
Relaciones trigonométricas	2	
Total	25	

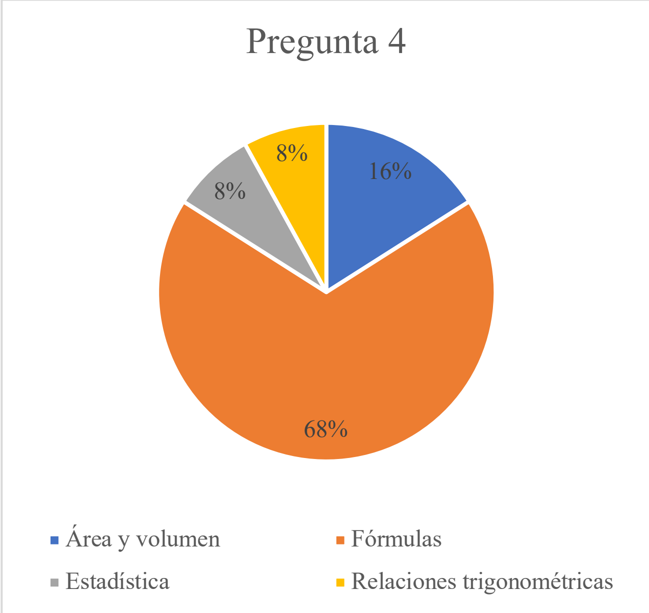


Figura 21. Resultado gráfico de la pregunta 4 para la entrevista 1
Fuente: Entrevista 1

Se obtuvo que, el 68 % de los estudiantes considera que el tema se relaciona con el concepto de fórmulas, y un 16 % comprendió que el tema se relaciona con el concepto de área y volumen. Esto sucede cuando se enseña un tema si darle sentido a los conceptos que conlleva, produciendo que el estudiante comprenda que lo aprendido contiene solamente fórmulas que están dadas y así es. El tema de productos notables y factorización es un tema que exige un tratamiento especial al momento de enseñarlo, desarrollarlo con la ayuda de métodos que ayuden a comprender la utilidad que guarda en sus definiciones.

Para la entrevista 2. ¿El tema de Productos Notables y Factorización guarda relación con el concepto de?

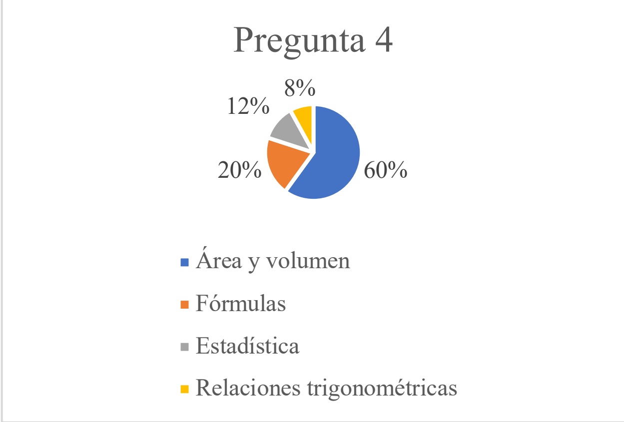
Categoría	Frecuencias	Gráfico
Área y volumen	15	
Fórmulas	5	
Estadística	3	
Relaciones trigonométricas	2	
Total	25	

Figura 22. Resultado gráfico de la pregunta 4 para la entrevista 2
Fuente: Entrevista 2

Se obtuvo que, el 20 % de los estudiantes considera que el tema se relaciona con el concepto de fórmulas, y un 60 % comprendió que el tema se relaciona con el concepto de área y volumen. Cuando se aplican los conocimientos a situaciones prácticas de la vida diaria se produce que los conceptos se entiendan mucho mejor, el tema de productos notables y factorización guarda relación con el cálculo de áreas y volumen situaciones que presentan en muchas actividades productivas del hombre y su comprensión es fundamental. La aplicación del método de solución de problemas contextualizados hizo que el estudiante comprenda el verdadero significado del tema, más que pensar en que el tema es una simple recopilación de fórmulas resumidas.

Pregunta 5

Para la entrevista 1. Califica del 1 al 5. ¿La enseñanza del tema de Productos Notables y Factorización fue?

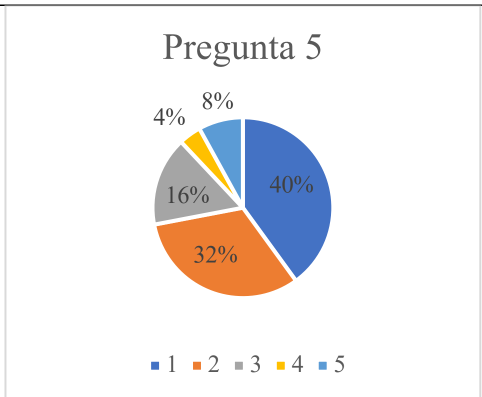
Categoría	Frecuencias	Gráfico
1 Nada	10	
2 Algo	8	
3 Poco	4	
4 Mucho	1	
5 Muchísimo	2	
Total	25	

Figura 23. Resultado gráfico de la pregunta 5 para la entrevista 1
Fuente: Entrevista 1

Se obtuvo que, el 72 % de los estudiantes considera que fue muy mala la enseñanza del tema, un 12% considera que si fue buena la enseñanza del tema y un 16 % encontró la enseñanza medianamente buena. Los estudiantes son buenas fuentes de percepción del proceso de enseñanza–aprendizaje ya que pueden juzgar con juicios de valor si el tema enseñando fue comprendido y por ende si el maestro planificó una buena clase. La actividad educativa es un proceso que debe ser manejado con pinzas, mediante buenos maestros que se preocupen por el aprendizaje de su disciplina.

Para la entrevista 2. Califica del 1 al 5. ¿La enseñanza del tema de Productos Notables y Factorización fue?

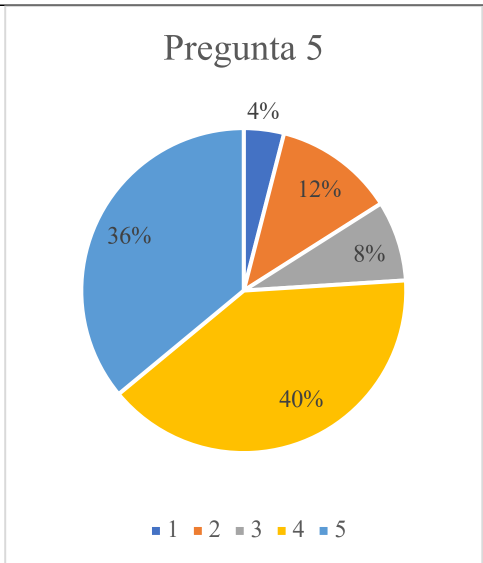
Categoría	**Frecuencias**	**Gráfico**
1 Nada	1	
2 Algo	3	
3 Poco	2	
4 Mucho	10	
5 Muchísimo	9	
Total	25	

Figura 24. Resultado gráfico de la pregunta 5 para la entrevista 2
Fuente: Entrevista 2

Se obtuvo que, el 16 % de los estudiantes considera que fue muy mala la enseñanza del tema, un 76% considera que si fue buena la enseñanza del tema y un 8 % encontró la enseñanza medianamente buena. La aplicación del método generó que los estudiantes observaran que la enseñanza del tema fue muy buena, lo que indica que la implementación del método ayudó a mejorar la adquisición del conocimiento, y más importante aún, que las clases sean interactivas y con sentido.

Los resultados encontrados, dan las directrices para que cualquier maestro ponga a prueba la propuesta en su práctica docente, dado que cada aula de aprendizaje es diversa y este método se adapta a muchas situaciones por la utilidad que le da al aprendizaje y la concreción de los conocimientos que permite en los estudiantes.

8. Análisis del diario del maestro, cuaderno del estudiante y evaluadora externa

Diario del maestro

Del diario del maestro se extraen la siguiente narrativa.

Día: lunes, 12 de diciembre de 2022

Se propició un clima participativo y de confianza, para permitirle al estudiante consolidar el ensayo y error como camino hacia el aprendizaje y se les presentó el tema de productos notables y factorización que van a aprender, así como los objetivos de aprendizaje. Se les motivó a los estudiantes, mediante una reflexión de la gran utilidad que tienen las matemáticas en la vida diaria, y específicamente la utilidad del tema. Se comenzó a desarrollar el tema juntamente con el método aplicándolo a la solución de problemas o eventos contextualizados, se pudo observar que los estudiantes dinamizaron mucho cuando se comenzaron a realizar las mediciones del problema.

Día: martes, 13 de diciembre de 2022

Se propició un clima participativo y de confianza, para permitirle al estudiante consolidar el ensayo y error como camino hacia el aprendizaje y se les presentó la continuación del tema de productos notables y factorización, así como los objetivos de aprendizaje. Se les motivó a los estudiantes, mediante una reflexión de la gran utilidad que tienen las matemáticas en la vida diaria, y específicamente la utilidad del tema en el cálculo de áreas y volúmenes. Luego se resolvieron problemas contextualizados donde se evidenció que la implementación del método de solución de problemas contextualizados ayudó a que los estudiantes encuentren un sentido a la aplicación de los conceptos aprendidos. No se registraron incidentes.

Día: miércoles, 14 de diciembre de 2022

Se propició un clima participativo y de confianza, para permitirle al estudiante consolidar el ensayo y error como camino hacia el aprendizaje y se les presentó la continuación del tema de productos notables y factorización, así como los objetivos de aprendizaje. Se les motivó a los estudiantes, mediante una reflexión de la gran utilidad que tienen las matemáticas en la vida diaria, y específicamente la utilidad del tema en el cálculo de áreas y volúmenes. Luego se resolvieron problemas contextualizados mediante la aplicación del método de solución de problemas contextualizados que ayudó a que los estudiantes encuentren un sentido a la aplicación de los conceptos aprendidos. Algunos estudiantes mencionaron que, si se podía aplicar el tema para hacer una casa, entonces para consolidar el tema se planteó un ejemplo que motivaba a los estudiantes ir al patio a medir para calcular el área y el volumen de una sección para construir una casa, luego de obtener las fórmulas se las utilizó para maximizar y minimizar gastos de construcción.

Día: jueves, 15 de diciembre de 2022

Se propició un clima participativo y de confianza, y se les presentó la continuación la prueba de base estructurada del tema de productos notables y factorización, así como los objetivos de la evaluación. Luego de analizar los resultados se evidenció que la media aritmética del curso fue alta con respecto a la media anterior, cuando se les enseñó sin aplicar el método de solución de problemas contextualizados. De igual manera, se realizó la entrevista de manera individual a los estudiantes, donde se observa que la aplicación del método coadyuvó hacia un aprendizaje significativo.

La enseñanza–aprendizaje es un proceso que involucra muchos aspectos partiendo de una buena planeación y terminando en la ejecución de esta, para lograr que este proceso sea eficiente el maestro debe apoyarse en técnicas, métodos, estrategias, entre otros para lograr que el conocimiento sea aprendido. Propiciar ambientes participativos y de confianza ayuda a que el maestro no sea visto como el interlocutor solamente, sino más bien como el que guía la construcción del conocimiento mediante el ensayo y error, evitando que el fracaso sea visto como un castigo. Recalcar en la importancia de un tema a ser aprendido, así como también el cumplimiento de objetivos ayuda que todo el grupo se comprometa en la ejecución del proceso de enseñanza–aprendizaje, ya que si no hay una planeación y un control adecuado de este proceso los conocimientos no serán adquiridos. La aplicación práctica del conocimiento coadyuva a consolidar los aprendizajes, logrando que los conceptos abstractos en la matemática adquieran sentido, logren ser comprendidos y no memorizados sin un sentido. Esto es lo que muchas de las veces se producen en los estudiantes cuando esta asignatura no es bien enseñada, la adquisición de conceptos y símbolos que no tienen sentido útil o no son comprendidos a qué situación se refieren, difícilmente consolidará en los estudiantes aprendizajes significativos.

Cuaderno del estudiante

En el cuaderno del estudiante se procedió a revisar que las ideas enseñadas se encuentren registradas en los mismos, se les motivó a los estudiantes con una calificación extra por llevar los apuntes y registros.

Evaluadora externa

La evaluadora externa que para la investigación se consideró a la Dra. Pamela Terán, rectora de la institución, realizó las visitas áulicas mientras se desarrolló la implementación de la propuesta. De los registros de la evaluadora se concluye para la primera intervención que: "La enseñanza-aprendizaje del tema de productos notables y factorización se realizó de manera conductista basado en la clase magistral, el trabajo individual, la resolución de problemas no aplicados a la vida cotidiana y la memorización de fórmulas". Y para la segunda intervención que: "la implementación del método mediante una clase dialógica, colaborativa motivó a los estudiantes al aprendizaje mediante la resolución de problemas contextualizados brindando un significado importante de las ideas matemáticas en la cognición de los estudiantes".

Finalmente, mediante triangulación en los métodos cualitativos se establecerá una visión amplia del problema desde diferentes ángulos de manera que se aumenta la validez y consistencia de los hallazgos. Se puede observar que los resultados de los instrumentos cualitativos coadyuvan con los resultados cuantitativos.

9. Objetivo 3 Propuesta: implementación del método de solución de problema contextualizados en el Proyecto Educativo Institucional

La propuesta que se presenta se desarrolla para la asignatura de Matemáticas en Décimo año de Educación General Básica, en el tema de productos notables y factorización. En consecuencia, los beneficiarios serán los docentes del área de Matemáticas de la Institución y también los estudiantes permitiéndoles generar aprendizajes significativos en la asignatura.

La población de estudio, y los resultados positivos del método permitirá que el método se desarrolle en otras asignaturas, convergiendo en un resultado positivo a nivel de aprendizaje en las diferentes áreas del conocimiento. Para garantizar que la investigación no quede solo por el momento, se planteará a los directivos de la Institución la inclusión del método en el Proyecto Educativo Institucional, para que los nuevos docentes de matemáticas conozcan del método y lo lleven a cabo en el desarrollo de la asignatura. El objetivo es lograr que el método se utilice en la Institución y aporte en la calidad educativa, en especial de la asignatura de Matemáticas.

Conclusiones

El método de solución de problemas contextualizados coadyuva significativamente al proceso de enseñanza–aprendizaje de productos notables y factorización en los estudiantes, mediante la aplicación rigurosa de sus pasos. El método exige que sea aplicado en la solución de problemas que permitan la contextualización de los conceptos matemáticos, problemas que generen razonamiento en el proceso de solución y también aprendizajes significativos a largo plazo. El método permite concluir que, a más del entorno utilizado puede ser aplicado a otras ciencias para la solución de problemas prácticos contextualizados. La aplicación del método en otras Ciencias ayudará a los estudiantes a comprender en primer lugar la importancia de estas en el desarrollo de una sociedad mediante su aplicación y segundo, comprender los constructos teóricos que manejan, ya que muchas de las veces solo se los aprende sin un sentido significativo generando aprendizajes pobres y a corto plazo.

El proceso de enseñanza–aprendizaje de las matemáticas merece un tratamiento riguroso que se debe manejar con pinzas, por lo que la aplicación de métodos y estrategias innovadoras que planteen la contextualización ayudarán a fortalecer este proceso. La didáctica de las matemáticas como una disciplina que vertebra el proceso de enseñanza–aprendizaje de esta ciencia nos ayuda a comprender la actividad compleja de enseñar y aprender, existen muchas ideas acerca de cómo resuelve problemas el ser humano, pero algo que es visible y que los resultados permiten concluir es que, la contextualización al servir de conexión entre los conceptos de la teoría con la práctica se desarrollan aprendizajes más duraderos y se debe procurar que esta conexión sea desarrollada desde los inicios del aprendizaje de esta asignatura. Se puede concluir que la aplicación de la contextualización desde los primeros años de estudio ayudaría a consolidar mucho más el aprendizaje en los niveles superiores, establecer conexiones entre el contexto, la práctica y los conceptos es primordial en un proceso de enseñanza–aprendizaje, pero, para que estas ideas innovadoras den resultados los docentes deben comprometerse en trabajar en la mejora de su práctica educativa, realizar una adecuada planificación y ejecución de las actividades.

La educación es un proceso que debe ser impulsado por todos los miembros involucrados en la educación, desde los profesores, padres, madres de familia y autoridades logrando que el proceso educativo se consolide aún más. Las sociedades se transforman y dichas transformaciones exigen la presencia de nuevas e innovadoras ideas como métodos para la enseñanza–aprendizaje. Las matemáticas como un arte que cimienta a las demás ciencias, debe ser comprendida por la sociedad para el desarrollo de esta, pues es gracias a esta disciplina que la transformación del mundo continúa a grandes pasos. Se pude concluir que, un buen proceso de enseñanza–aprendizaje mediante la aplicación de métodos contextualizados como el planteado en esta investigación, ayudará a generar conocimientos sólidos y significativos en la cognición de los estudiantes, pues eso ayudará a involucrar a más personas a que se dediquen a la investigación en Matemáticas, convergiendo en el desarrollo de la sociedad. Si la enseñanza–aprendizaje de una asignatura logra activar positivamente a los estudiantes mediante procesos permeados entre la razón y las emociones al momento de aprender se garantizará que a los estudiantes les guste dicha disciplina y por ende estudiarla en la Universidad, esto se logra mediante la aplicación de métodos innovadores como el de la presente investigación, que ayudará a generar la activación de emociones positivas hacia las matemáticas.

La contextualización como práctica pedagógica durante la actividad docente resulta fundamental para el fortalecimiento del proceso de enseñanza–aprendizaje puesto que, al engranar la teoría con la realidad se generan conexiones significativas entre los nuevos conocimientos, las experiencias y los conocimientos previos que convergen en un aprendizaje efectivo en los estudiantes. La manipulación de la realidad despierta el interés y la participación en los estudiantes, les motiva a resolver situaciones o problemas de la vida mediante la ciencia, encontrándole un sentido a lo que se aprende dentro de las aulas. Las sociedades están en un cambio constante, la contextualización ayudará a mejorar la práctica docente y por ende la educación en general. Es una dura tarea que tienen los maestros de implementar la contextualización en Matemáticas, ya que se requiere que el cambio empiece por desarraigarse de los procesos tradicionales de enseñanza y comprometiéndose por la mejora de la educación.

La aplicación rigurosa del método de solución de problemas contextualizados puede ser extendida a muchos temas de las Matemáticas e incluso a otras ciencias, se recomienda a los docentes planificar la aplicación del método en actividades que permitan la conexión entre los conceptos y la realidad, evaluar la efectividad del método en otras destrezas e incluso implementarla con otras estrategias innovadoras. El método pretende ser ambicioso y consolidarse en diversos niveles de enseñanza–aprendizaje y diversas disciplinas. Es un método flexible que puede ser adaptado y modificado a la realidad de la situación a resolverse. Las sociedades van transformándose, cambiando y los métodos como el de la presente investigación deberán ser flexibles y coadyuvar al proceso de transformación y desarrollo de una sociedad.

La aplicación de métodos y estrategias que fomenten la contextualización al momento de aprender, se constituyen en herramientas significativas por lo que se recomienda que la aplicación de estas sea mediante un proceso eficaz de planeación para que la efectividad de los métodos y estrategias sea mucho más. La clave al momento de enseñar es la planificación que evita la improvisación, la cual desemboca en un mal aprendizaje que es lo que muchas veces ocurre con los maestros que enseñan esta disciplina. Es tarea del docente preparar situaciones didácticas que propicien la contextualización y por ende la utilización del método para resolver la situación didáctica contextualizada. El proceso de enseñanza–aprendizaje que involucre mediante estrategias y métodos la activación de las emociones y los procesos cognitivos, asegurará aprendizajes significativos. Un camino para la activación de emociones positivas al momento de aprender es la contextualización, pues esta ayuda a conectar los conceptos con la realidad, de manera que resolver problemas con las herramientas teóricas genera una situación positiva de aprendizaje.

Las instituciones de educación superior, que forman docentes en Matemáticas deben trabajar por la mejora del perfil de salida de los maestros, el buen desarrollo y la implementación de asignaturas como didáctica de las matemáticas donde se creen y se estudien nuevos métodos de enseñanza–aprendizaje coadyuvaría a mejorar el aprendizaje en esta asignatura. Maestros que saben enseñar, forman buenos estudiantes. Muchas de las veces esta asignatura no es bien desarrollada por los docentes y por ende los estudiantes no saben cómo comprenderla, o sino la terminan enseñando como la aprendieron, de manera tradicional. En muchas instituciones de Educación Superior se siguen manejando procesos tradicionales de enseñanza–aprendizaje y son estos procesos los que se replican en la educación secundaria. Se recomienda a las instituciones de educación superior desarraigarse de procesos tradicionales al formar profesionales, recurrir a la innovación y a la colaboración entre las instituciones de enseñanza media, para que, mediante la comprensión de la realidad de estas instituciones, puedan generar procesos de mejora en la formación y perfil de salida de los docentes.

Implementar la contextualización es una tarea ardua que tienen los docentes. Así mismo, mejorar el proceso de enseñanza–aprendizaje muchas de las veces se lo observa a lo lejos, cuando la actividad docente se la considera como un proceso burocrático excesivo que asfixia el trabajo de los maestros, las autoridades deben optimizar los procesos administrativos para que el docente se dedique más tiempo a la misión de educar en las aulas.

Obras citadas

Arbeláez, Martha, y Javier Onrubia. 2014. "Análisis bibliométrico y de contenido. Dos metodologías complementarias para el análisis de la revista colombiana Educación y Cultura". *Revista de Investigaciones UCM* 14 (23): 14-31. http://dx.doi.org/10.22383/ri.v14i1.5.

Alsina, Ángel. 2009. "El aprendizaje realista: una contribución de la investigación en Educación Matemática a la formación del profesorado". *Investigación en Educación Matemática XIII*, editado por M.J. González, M.T. González y J. Murillo, 119-27. Santander: SEIEM.

Alvarado, Lusmidia, y Margarita García. 2008. "Características más relevantes del paradigma socio-crítico: su aplicación en investigaciones de educación ambiental y de enseñanza de las ciencias realizadas en el Doctorado de Educación del Instituto Pedagógico de Caracas". *Sapiens Revista Universitaria de Investigación* 9 (2):187-202. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=41011837011.

Arias, Floria, y Kattia Rodríguez. 2014. "Formación matemática en la educación secundaria desde la perspectiva de los estudiantes que inician estudios en la Universidad de Costa Rica". *Paradígma* 35 (2): 129-54. http://ve.scielo.org/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1011-22512014000200008&lng=es&tlng=es.

Bermúdez, Filomena, y Sandra López. 2016. "Incidencia de los Objetos Virtuales de Aprendizaje en el desarrollo de la competencia interpretativa en niños de básica primaria con TDA". Tesis doctoral, Universidad de la Costa. http://repositorio.cuc.edu.co/xmlui/handle/11323/1827.

Brito, Daniel. 2016. "Matemática como ciencia del saber". *Revista Multidisciplinaria del Consejo de Investigación de la Universidad de Oriente* 28 (1): 3-4. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=427746276001.

Broitman, Claudia, Mónica Escobar, Inés Sancha, y José Urretabizcaya. 2014. "Interacciones entre alumnos de diversos niveles de conocimientos matemáticos. Un estudio en un aula plurigrado de escuela primaria". *Yupana* 8 (1): 11-30. http://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/art_revistas/pr.8375/pr.8375.pdf.

Brousseau, Guy. 1982b. "Ingénierie didactique". *D' un problème à l'étude à priori d'une situation didactique*, editado por Université Bordeaux, 39-60. Burdeos: Actes de la 2ème école Ecole d'été de didactique des mathématiques, Olivet 1982, IREM d'Orléans.

Bunge, Mario. 1972. *La ciencia: Su método y su filosofía*. Buenos Aires: Editorial Siglo XXI.

Camarena, Patricia. 1999. *Informe del proyecto de investigación titulado: Etapas de la matemática en el contexto de la ingeniería.* México: Editorial ESIME-IPN.

Camarena, Patricia. 2021. "Teoría de la matemática en el contexto de las ciencias", editado por Nori Esther Cheeín y Marys Margarita Arlettaz. *EDUNSE*. 18 de octubre.https://www.edunse.unse.edu.ar/libros/digitales/Teor%C3%ADa%20de%20la%20matem%C3%A1tica%20en%20el%20contexto%20de%20las%20ciencias%20-%20Patricia%20Camarena%20Gallardo.pdf.

Camarena, Patricia, y Elia Trejo. 2010. "Problemas contextualizados: una estrategia didáctica para aprender matemáticas". *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* 23 (1): 831-840. https://www.clame.org.mx/documentos/alme23.pdf

Chavarría, Jesennia. 2008. "Teoría de las situaciones didácticas". *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática 1* (2): 1-10. https://revistas.ucr.ac.cr/index.php/cifem/article/view/6885/6571.

De Benito, Bárbara, y Jesús María Salinas. 2016. "La investigación basada en diseño en Tecnología Educativa". *RIITE Revista Interuniversitaria de Investigación en Tecnología Educativa* 1 (0): 44-59. https://revistas.um.es/riite/article/view/260631/195691.

Espínola, José, y Jiménez Caballero. 2016. "El rechazo al aprendizaje de las matemáticas a causa de la violencia en el bachillerato tecnológico". *Ra Ximhai* 12 (3): 143-61. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=46146811009.

Fernández Carreira, Consuelo. 2013. "Principales dificultades en el aprendizaje de las Matemáticas. Pautas para maestros de Educación Primaria". Trabajo de fin de grado, Universidad Internacional de la Rioja, Sede España. https://reunir.unir.net/bitstream/handle/123456789/1588/2013_02_04_TFM_ESTUDIO_DEL_TRABAJO.pdf?sequence=1.

Freudenthal, Hans. 1991. *Revisiting mathematics education*. Dordrectht: Kluwer Academic Publishers.

Foucault, Michel. 1976. *Vigilar y castigar*. Traducido por Aurelio Garzón del Camino. Buenos Aires: Siglo XXI Editores.

Hernández Sampieri, R., Fernández, C. y Baptista, P. 2010. *Metodología de la investigación (5° Ed.)*. México, D.F., México: McGraw Hill Interamericana.

Hidalgo, Santiago, Ana Maroto, y Andrés Palacios. 2004. "¿Por qué se rechazan las matemáticas? Análisis evolutivo y multivariante de actitudes relevantes hacia las matemáticas". *Revista de educación Temas actuales de enseñanza* 1 (334): 75-98.

Horkheimer, Max. 1992. *Critical Theory: Selected Essays*. Traducido por Matthew J. O'Connell, et al. New York: Seabury Press.

José Antonio V., & Leonor Alonso D. 2008. "Sobre la teoría de la educación dialógica." *Educere* 12 (42): 461-470.

López, Gabriela y Roger Santiago. 2014. "El diario del profesor como herramienta de evaluación cualitativa de un programa para aprender a pensar". *Talincrea,* 1 (1): 3-26. https://www.cucs.udg.mx/talineng/sites/default/files/adjuntos/01_01/04_diario.pdf.

Macías, Camilo, Víctor Méndez, Cuza Yuleyxi, y Poch Jacquelín. 2012. "Algunas consideraciones teóricas sobre el proceso enseñanza–aprendizaje". *Revista Información Científica* 74 (2): 1-10. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=551757272013.

Marradi, Alberto, Nélida Archenti, y Juan Piovani, J. 2007. *Metodología de las ciencias sociales*. Buenos Aires: Editorial Emecé.

Martínez, Blanca, y Jesús Sánchez. 2016. "Didáctica de las Matemáticas en Educación Infantil". *UNIR, España*. 22 de noviembre. https://www.unir.net/wp-content/uploads/2016/04/Didactica_matematicas_cap_1.pdf.

Martínez Rodríguez, Jorge. 2011. "Métodos de investigación cualitativa". *Revista de la Corporación Internacional para el Desarrollo Educativo SILOGISMO* 8 (1): 1-33. https://nanopdf.com/download/metodos-de-investigacion-cualitativa_pdf.

National Council of Teachers of Mathematics. 2000. *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. https://www.rainierchristian.org/NCTM_principles-and-standards-for-school-mathematics.pdf.

Ochoa Grande, Laura. 2016. “Aprendizaje basado en la resolución de problemas contextualizados para la motivación de los alumnos en 1º de Educación Secundaria Obligatoria”. Trabajo de fin de máster, Universidad Internacional de la Rioja, Sede España. https://reunir.unir.net/handle/123456789/3970.

Plomp, Tjeerd, y Nieveen Nienke. 2013. “An Introduction to Educational Design Research”. *Shanghai: SLO-Netherlands institute for curriculum development*. 30 de marzo. http://downloads.slo.nl/Documenten/educational-design-re-search-part-a.pdf.

Ricoy, Carmen. 2006. “Contribución sobre los paradigmas de investigación”. *Revista do Centro de Educação* 31 (1): 11-22. https://www.redalyc.org/articulo.oa?id=117117257002.

Robles, Darwin, y Ortiz Dorys. 2020. “La educación bajo el signo de la complejidad”. *Sophia, Colección de Filosofía de la Educación* 29 (1): 157-180. https://doi.org/10.17163/soph.n29.2020.05

Ruiz Socarras, José. 2008. “Problemas Actuales De La enseñanza Aprendizaje de la matemática”. *Revista Iberoamericana De Educación* 47 (3): 1-8. https://doi.org/10.35362/rie4732348.

Sánchez, Leonardo. 2001. *Introducción a la Medicina General Integral*. *Selección de temas literatura básica.* La Habana: Editorial Ciencias Médicas. 13 de agosto. https://fundacionortizavila.com/descargar/338/045e439a866e0a2c0c7b004ef836c415.pdf.

Sautu, Ruth, Paula Boniolo, Pablo Dalle, y Rodolfo Elbert. 2005. *Manual de metodología. Construcción del marco teórico, formulación de objetivos y elección de la metodología*. Buenos Aires: CLACSO.

Treffers, Adrian. 1987. *Three dimensions: a model of goal and theory description in mathematics education*. Dordrecht: Kluwer.

Van den Heuvel-Panhuizen, Marja. 2003. “The didactical use of models in realistic mathematical education: an example from a longitudinal trajectory on percentages”. *Educational Studies in Mathematics* 54 (1): 9-35. https://doi.org/10.1023/B:EDUC.0000005212.03219.dc.

Vygotsky, L. S. 1978. *Mind in Society: Development of Higher Psychological Processes*, editado por Michael Cole, Vera Jolm-Steiner, Sylvia Scribner y Ellen Souberman. Massachusetts: Harvard University Press. https://doi.org/10.2307/j.ctvjf9vz4.

Weiss, Heather. 2014. *Nuevas orientaciones sobre el involucramiento familiar en el aprendizaje*. Santiago: Fundación CAP.

Wells, Gordon. 1999. *Dialogic Inquire. Toward a Sociocultural Practice and Theory of Education*. Massachusetts: Cambridge University Press.

William, Bynum. 2014. *Breve historia de la ciencia*. Traducido por Begoña Prat Rojo. Barcelona: Galaxia Gutenberg, círculo de Lectores.

Wulf, Christoph. 1997. *Introducción a la Ciencia de la Educación: entre teoría y práctica.* Medellín: Universidad de Antioquia ASONEN.

Zolkower, Betina, Ana Bressan, y Fernanda Gallego. 2006. “La corriente realista de didáctica de la matemática. Experiencias de un grupo de docentes y capacitadores”. *Yupana* 1 (3): 11-33. https://doi.org/10.14409/yu.v1i3.247.

Anexos

Anexo 1: Entrevistas 1 y 2

Entrevista sobre Productos Notables y Factorización

Objetivo:

El siguiente cuestionario tiene como objetivo recabar información sobre el aprendizaje de Productos Notables y Factorización en los estudiantes de décimo año de Educación General Básica. Lo resultados de este instrumento, serán utilizados con fines académicos y de investigación.

Indicaciones:
Se solicita estimado estudiante responder a las preguntas del siguiente cuestionario con la mayor sinceridad posible. Puede emplear un lápiz o un bolígrafo para responder. Lee las instrucciones cuidadosamente, ya que existen preguntas en las que sólo se puede responder a una opción y otras son de tipo escala del 1 al 5, siendo 1 la calificación mas baja y 5 las más alta. ¡Muchas gracias por tu colaboración!

A. Preguntas sobre el aprendizaje de Productos Notables y Factorización

1. ¿Cuánto recuerdas de la clase de Productos Notables y Factorización?

   ( ) Nada
   ( ) Poco
   ( ) Mucho

2. ¿Aprendiste el tema de Productos Notables y Factorización?

   ( ) Si ( ) No

3. Califica del 1 al 5. La utilidad que ha tenido en tu vida el tema de Productos Notables y Factorización.

Nada útil	1	2	3	4	5	Muy útil

4. El tema de Productos Notables y Factorización guarda relación con el concepto de:

   ( ) Área y volumen
   ( ) Fórmulas
   ( ) Estadística
   ( ) Relaciones trigonométricas

5. Califica del 1 al 5. ¿La enseñanza del tema de Productos Notables y Factorización fue?

Muy mala	1	2	3	4	5	Muy buena

Entrevista sobre Productos Notables y Factorización

Objetivo:

El siguiente cuestionario tiene como objetivo recabar información sobre el aprendizaje de Productos Notables y Factorización en los estudiantes de décimo año de Educación General Básica aplicando el método de Resolución de problemas Contextualizados. Lo resultados de este instrumento, serán utilizados con fines académicos y de investigación.

Indicaciones:
Se solicita estimado estudiante responder a las preguntas del siguiente cuestionario con la mayor sinceridad posible. Puede emplear un lápiz o un bolígrafo para responder. Lee las instrucciones cuidadosamente, ya que existen preguntas en las que sólo se puede responder a una opción y otras son de tipo escala del 1 al 5, siendo 1 la calificación mas baja y 5 las más alta. ¡Muchas gracias por tu colaboración!

A. Preguntas sobre el aprendizaje de Productos Notables y Factorización

1. ¿Cuánto recuerdas de la clase de Productos Notables y Factorización?

( ) Nada
( ) Poco
( ) Mucho

2. ¿Aprendiste el tema de Productos Notables y Factorización?

( ) Si ( ) No

3. Califica del 1 al 5. La utilidad que ahora tiene en tu vida el tema de Productos Notables y Factorización.

Nada útil	1	2	3	4	5	Muy útil

4. El tema de Productos Notables y Factorización guarda relación con el concepto de:

( ) Área y volumen
( ) Fórmulas
( ) Estadística
( ) Relaciones trigonométricas

5. Califica del 1 al 5. ¿La enseñanza del tema de Productos Notables y Factorización fue?

Muy mala	1	2	3	4	5	Muy buena

Anexo 2: Prueba de base estructurada

B. Prueba de base estructurada sobre Productos Notables y Factorización

6. Efectúa

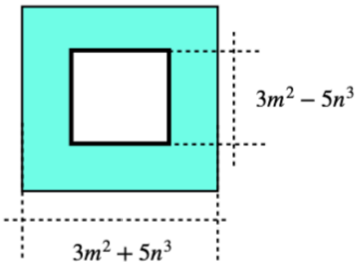
$$(x+4)^2+(x-4)^2-2(x^2-4)$$

Argumenta la respuesta (Procedimiento):

Escoge la respuesta correcta:

a) $2x$	c) 40
b) 32	d) x^2

7. Calcular el área sombreada de la siguiente figura



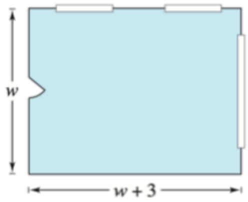
Argumenta la respuesta (Procedimiento):

Escoge la respuesta correcta:

a) $60m^2n^3$	c) 40
b) $60m^3n^2$	d) $2x^2$

8. Hallar las dimensiones de una habitación.

Un dormitorio es 3 metros más largo que ancho (vea la figura) y tiene un área de 154 metros cuadrados. Encuentra las dimensiones de la habitación.

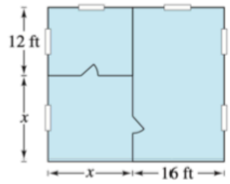


Argumenta la respuesta (Procedimiento):

Escoge la respuesta correcta:

a) ancho = 11 m; largo = 14 m	c) ancho = 3 m; largo = 9 m
b) ancho = 14 m; largo = 11 m	d) ancho = 10 m; largo = 5 m

9. Encuentre un polinomio que represente el área total para el plano de la planta baja de un departamento ubicado en la Carolina que se muestra en la figura.

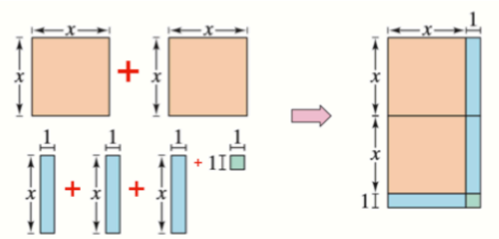


Argumenta la respuesta (Procedimiento):

Escoge la respuesta correcta:

a) $A=x^2+28x+192$	c) $A=x^2-28x+192$
b) $A=-x^2+82x+291$	d) $A=x^2-302$

10. Del siguiente modelo geométrico, escriba un polinomio que represente el área total de la figura de la izquierda y otro polinomio para el área total de la figura de la derecha. Luego compare si son iguales estos polinomios.



Anexo 3: Documento base

Tabla de Contenidos

Productos Notables y Factorización

Objetivos:

- ☑ Comprender la importancia de las multiplicaciones que cumplen reglas fijas
- ☑ Conocer el método, objetivo y campo de aplicación de los productos notables

Introducción

En aritmética, para realizar una multiplicación es necesario conocer las tablas de multiplicar.

Ejemplo 1	Resolución	
Multiplicar: $4,\ 672\ 42\ \times\ 2{,}4$	$4,\ 672\ 42$ $\times\, 2{,}4$ – – – – – $1\ 8\ 689\ 68$ $9\ 3\ 448\ 4$ – – – – – $11,\ 2\ 138\ 08$	El resultado final: $11,\ 2\ 138\ 08$

De manera que, en aritmética es necesario saber las tablas de multiplicar, en álgebra también hay ciertas multiplicaciones que conviene memorizarlas y que reciben el nombre de Productos Notables.

Productos Notables

Son multiplicaciones algebraicas conocidas que se presentan con frecuencia, en las que no se realizan operaciones previas de la multiplicación y cumplen con reglas fijas.

1. Monomio por suma algebraica / Factor común

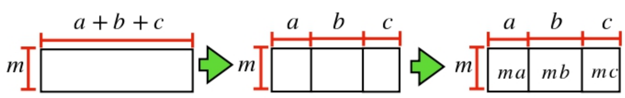
Producto notable.

$$m\,(a+b+c) = ma + mb + mc$$

Factorización.

$$ma + mb + mc = m\,(a+b+c)$$

Geométricamente: Sea un rectángulo de lado "m".



Se observa que: $m\,(a+b+c) = ma + mb + mc$

Ejemplos:

$$* \; 3x\,(4x^2+5x-2) = 3x\,(4x^2) + 3x\,(5x) + 3x\,(-2)$$
$$= 12x^3 + 15x^2 - 6x$$

Saberes previos

¿Cómo se calcula el área de un rectángulo y de un cuadrado?

¿Cómo se calcula el volumen de un cubo?

Desequilibrio Cognitivo

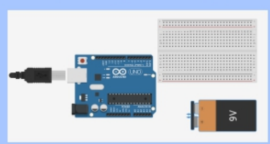
¿Existe alguna diferencia entre área y volumen? ¿Cuál?

Matemática e Historia

Las antiguas civilizaciones descubrieron las estrategias de multiplicación algebraicas. Blaise Pascal introdujo el nombre de "Identidades Notables" en 1654 en su Traité du triangle arithmétique.

Interdisciplinariedad

Los productos notables son muy utilizados en ingeniería . Por ejemplo, para calcular la intensidad en circuitos eléctricos, para calcular la torsión en estructuras o para calcular el número de individuos en un algoritmo genético, perímetros y áreas.



Recuerda

Reglas de signos para el producto

- $+ \cdot + = +$
- $- \cdot - = +$
- $+ \cdot - = -$
- $- \cdot + = -$

Reglas de signos para el cociente

- $\frac{+}{+} = +$
- $\frac{-}{-} = +$
- $\frac{+}{-} = -$
- $\frac{-}{+} = -$

Propiedad distributiva

$$a\left(b + c\right) = ab + ac$$

$$\left(b + c\right)a = ba + ca$$

$$* \, 4x^2\left(5x^3 - 3x + 7\right) = 4x^2\left(5x^3\right) + 4x^2(-3x) + 4x^2(7)$$
$$= 20x^5 - 12x^3 + 28x^2$$
$$* \, 5x^3y\left(3xy + 2x^2y - 4\right) = 5x^3y\left(3xy\right) + 5x^3y\left(2x^2y\right) + 5x^3y(-4)$$
$$= 15x^4y^2 + 10x^5y^2 - 20x^3y$$

Aplicación del método "Resolución de problemas contextualizados"

Aplicación 1: Multiplicación mental de números por otro formado por cifras 9.

INTENCIÓN DE LA PREGUNTA:
Descripción: Usa el razonamiento aritmético para realizar productos
Área de contenido matemático: Aritmética
Contexto: Personal
Proceso: Formular

PREGUNTA:
Multiplicar 3486×99 mentalmente, sin usar calculadora.

- ☑ Sabemos que 99 se puede expresar como 100 – 1, entonces.
- ☑ $3486 \times (100 - 1)$
- ☑ Para resolver la expresión anterior, podemos aplicar el producto notable de "Monomio por suma algebraica".
- ☑ Quedando $\begin{array}{r} 348\ 600 \\ -\ 3\ 486 \\ \hline 345\ 114 \end{array}$

Aplicación 2: Multiplicación mental de números por otro formado por cifras 11.

INTENCIÓN DE LA PREGUNTA:
Descripción: Usa el razonamiento aritmético para realizar productos
Área de contenido matemático: Aritmética
Contexto: Personal
Proceso: Formular

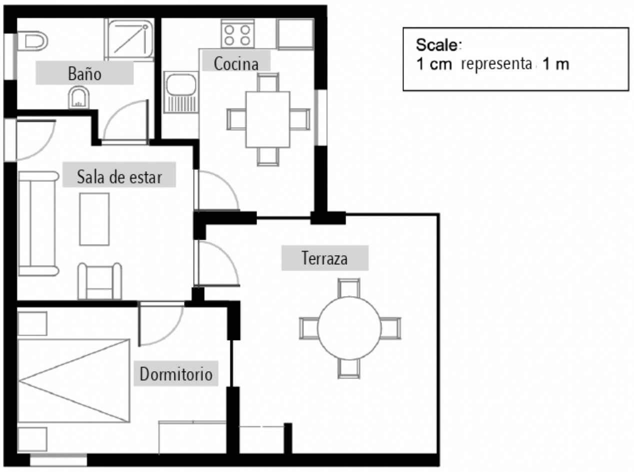
PREGUNTA:
Multiplicar 325×11 mentalmente, sin usar calculadora.

- ☑ Sabemos que 11 se puede expresar como 10 + 1, entonces.
- ☑ $325 \times (10 + 1)$
- ☑ Para resolver la expresión anterior, podemos aplicar el producto notable de "Monomio por suma algebraica".
- ☑ Quedando $\begin{array}{r} 3\ 250 \\ +\ 325 \\ \hline 3\ 575 \end{array}$

Aplicación 3: Cálculo de áreas, compra de apartamento

INTENCIÓN DE LA PREGUNTA:
Descripción: Usa el razonamiento espacial para mostrar en un plano (o por algún otro método) el número mínimo de longitudes laterales necesarias para determinar el área del piso
Área de contenido matemático: Espacio y forma
Contexto: Personal
Proceso: Formular

PREGUNTA:
Este es el plano del apartamento que los padres de Jorge quieren comprar a una agencia inmobiliaria.



Para estimar la superficie total del apartamento (incluyendo la terraza y las paredes), puedes medir el tamaño de cada habitación, calcular el área de cada una y sumar todas las áreas juntas.
Sin embargo, hay un método más eficiente para estimar el área total del piso dónde solo necesita medir 4 largos. Marque en el plano de arriba las cuatro longitudes que son necesario para estimar el área total del piso del apartamento.

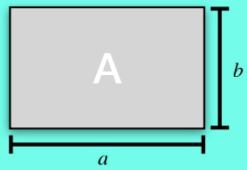
Aplicación 4: Cálculo de áreas, heladería

INTENCIÓN DE LA PREGUNTA:

Descripción: Calcula el área de formas poligonales.
Área de contenido matemático: Espacio y forma
Contexto: Ocupacional
Proceso: Empleo

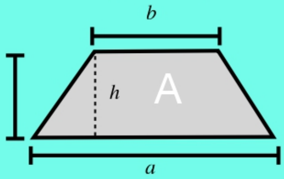
Nota:

1. El area (A) de un rectángulo es:



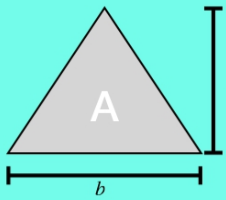
$$A = a \cdot b$$

2. El área (A) de un trapecio es:



$$A = \frac{a+b}{2} \cdot h$$

3. El área (A) de un triángulo es:



$$A = \frac{b \cdot h}{2}$$

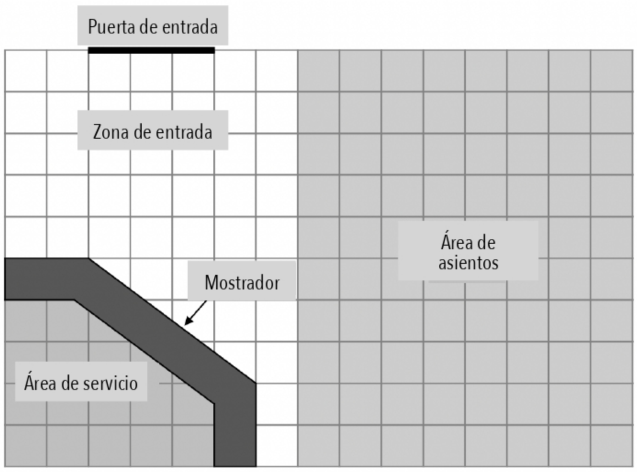
¿Sabías que?

Tablillas Babilónicas

Papiros

Los problemas y las recreaciones matemáticas han formado parte de todas las culturas en todas las épocas.

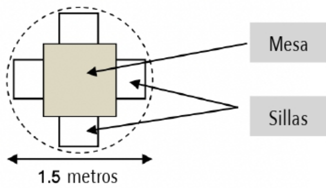
PREGUNTA:
Este es el plano de planta de la heladería de Mari. Ella está renovando la tienda. El área de servicio está rodeada por el mostrador de servicio.



Nota: cada cuadrado de la cuadrícula representa 0,5 metros × 0,5 metros

1. Mari va a poner piso nuevo en la tienda. ¿Cuál es el área total del espacio de piso de la tienda, excluyendo el área de servicio y el mostrador? Muestra tu trabajo.

2. Mari quiere tener juegos de mesas y cuatro sillas como el que se muestra en la figura en su tienda. El círculo representa el área de espacio de piso necesaria para cada conjunto. Para que los clientes tengan suficiente espacio cuando estén sentados, cada conjunto (como se representa por el círculo) debe colocarse de acuerdo con las siguientes restricciones:
   - Cada conjunto debe colocarse a una distancia mínima de 0,5 metros de las paredes.
   - Cada conjunto debe colocarse al menos a 0,5 metros de otros conjuntos.
   - ¿Cuál es el número máximo de juegos que Mari puede acomodar en el área de asientos sombreada en su tienda?



Nota

$$(a-b)^2 = (b-a)^2$$

$$(x-2y)^2 = (2y-x)^2$$
$$(3x-1)^2 = (1-3x)^2$$

2. Binomio suma al cuadrado / Trinomio cuadrado perfecto

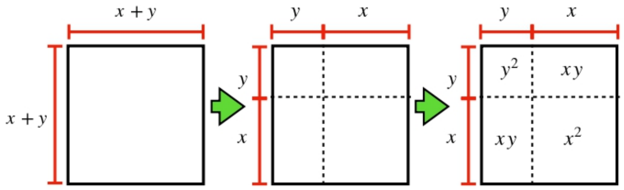
Producto notable.

$$\boxed{(x+y)^2 = x^2 + 2xy + y^2}$$

Factorización.

$$\boxed{x^2 + 2xy + y^2 = (x+y)^2}$$

Geométricamente: Sea un cuadrado de lado "x+y"



Se observa que: $(x+y)^2 = x^2 + xy + xy + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$

Ejemplos:

$$* (x+5)^2 = x^2 + 2(x)(5) + 5^2$$
$$= x^2 + 10x + 25$$
$$* (2n+3m)^2 = (2n)^2 + 2(2n)(3m) + (3m)^2$$
$$= 4n^2 + 12nm + 9m^2$$

3. Binomio diferencia al cuadrado / Trinomio cuadrado perfecto

Producto notable.

$$\boxed{(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2}$$

Factorización.

$$\boxed{x^2 - 2xy + y^2 = (x-y)^2}$$

Ejemplos:

$$* (x-2)^2 = x^2 - 2(x)(2) + 2^2$$
$$= x^2 - 4x + 4$$
$$* \left(2a - \frac{b}{2}\right)^2 = (2a)^2 - 2(2a)\left(\frac{b}{2}\right) + \left(\frac{b}{2}\right)^2$$
$$= 4a^2 - 2ab + \frac{b^2}{4}$$

Aplicación del método "Resolución de problemas contextualizados"

Aplicación 1: Restas de potencias.

INTENCIÓN DE LA PREGUNTA:
Descripción: Usa el razonamiento aritmético para realizar restas de potenciaciones
Área de contenido matemático: Aritmética
Contexto: Personal
Proceso: Formular

Observa

Cuando un polinomio no se puede factorizar, se dice que es un polinomio primo.

Por ejemplo:

$x^2 + 1$

$x + 2y$

$x^3 + 3$

$x + 7$

PREGUNTA:

Restar $87^2 - 86^2$ mentalmente, sin usar calculadora.

- Sabemos que 87 se puede expresar como 86 + 1, entonces.
- $(86 + 1)^2 - 86^2$
- Para resolver la expresión anterior, podemos aplicar el producto notable de "Binomio suma al cuadrado".
- $(86 + 1)^2 = 86^2 + 2(86)(1) + 1^2$
- Quedando la expresión:

$$86^2 + 2(86)(1) + 1^2 - 86^2 = 2(86)(1) + 1^2 = 173$$

Aplicación 2: Construcción de modelos matemáticos, tiempo de caída de un cuerpo.

INTENCIÓN DE LA PREGUNTA:

Descripción: Usa el conocimiento de las Ciencias: Caída de cuerpos. Ciencias Naturales

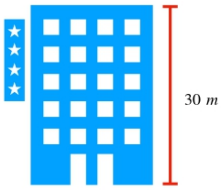
Área de contenido matemático: Explicar fenómenos científicamente

Contexto: Personal

Proceso: Formular

PREGUNTA:

Juanito deja caer un cuerpo desde lo alto de su casa, y quiere saber el tiempo exacto que le tomó al cuerpo soltado caer. Juanito sabe, que su casa desde la base hasta la parte donde soltó el cuerpo mide 30 m y aproximadamente cree que al cuerpo le tomó mas de segundos en caer, y que en para medir la caída de un cuerpo se puede utilizar la fórmula $d = \frac{1}{2}gt^2$ con $g = 10\ m/s^2$.



Con los datos anteriores la fórmula quedaría:

$$d = \frac{1}{2}(10)(2 + x)^2 = 5(x + 2)^2$$

Con la ayuda de geogebra se introduce la última parte y se analiza el tiempo "x" para para la altura de 30 m.

Aplicación 3: Cálculo de áreas, tablero de ajedrez

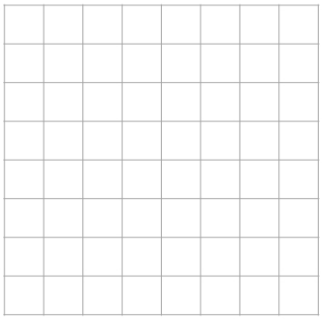
INTENCIÓN DE LA PREGUNTA:

Descripción: Calcula el área de formas poligonales.

Área de contenido matemático: Espacio y forma

Contexto: Personal
Proceso: Formular

PREGUNTA:
Se tiene un tablero de ajedrez. Se pide hallar una expresión algebraica, que permita calcular el área de cualquier tablero.



Recuerda

Las leyes de la potencia

$$a^n \cdot a^m = a^n + m$$

$$\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$$

$$\left(a^n\right)^m = a^{n \cdot m}$$

$$(a)^{-m} = \frac{1}{a^m}$$

Aplicación 4: Construcción de modelos matemáticos, tiempo de caída de un cuerpo.

INTENCIÓN DE LA PREGUNTA:
Descripción: Usa el razonamiento aritmético para realizar sumas de potenciaciones
Área de contenido matemático: Aritmética
Contexto: Personal
Proceso: Formular

PREGUNTA:
La suma de dos números es 7 y su producto es 10, calcula la suma de sus cuadrados.

Observa

Multiplicando las identidades de Legendre

$$
\begin{array}{l}
(x+y)^2-(x-y)^2=4xy \\
(x+y)^2+(x-y)^2=2\left(x^2+y^2\right) \\
\hline
(x+y)^4-(x-y)^4=8xy\left(x^2+y^2\right)
\end{array}
$$

4. Identidades de Legendre

$$\boxed{(x+y)^2-(x-y)^2=4xy}$$

Tenemos:

$$R=(x+y)^2-(x-y)^2$$
$$R=x^2+2\cdot x\cdot y+y^2-(x^2-2\cdot x\cdot y+y^2)$$
$$R=x^2+2xy+y^2-x^2+2xy-y^2$$
$$R=4xy$$

$$\boxed{(x+y)^2+(x-y)^2=2\left(x^2+y^2\right)}$$

Tenemos:

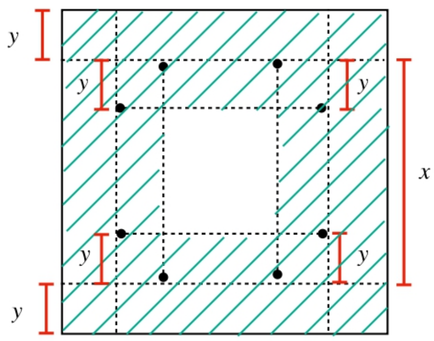
$$R=(x+y)^2+(x-y)^2$$
$$R=x^2+2\cdot x\cdot y+y^2+(x^2-2\cdot x\cdot y+y^2)$$
$$R=x^2+2xy+y^2+x^2-2xy+y^2$$
$$R=2x^2+2y^2$$

Aplicación del método "Resolución de problemas contextualizados"

Aplicación 1: Cálculo de áreas

INTENCIÓN DE LA PREGUNTA:
Descripción: Calcula el área de formas poligonales.
Área de contenido matemático: Espacio y forma
Contexto: Ocupacional
Proceso: Empleo

PREGUNTA:
Calcular el área de la región sombreada



5. *Producto de suma por diferencia / Diferencia de cuadrados*

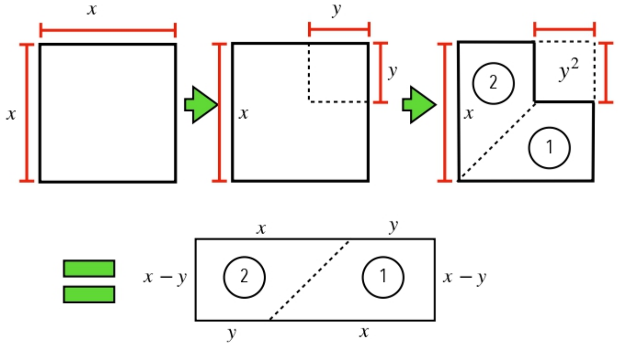
Producto notable.

$$\boxed{(x+y)\,(x-y) = x^2 - y^2}$$

Factorización.

$$\boxed{x^2 - y^2 = (x+y)\,(x-y)}$$

Geométricamente: Sea un cuadrado de lado "x"



Se observa que: $(x-y)\,(x+y) = x^2 - y^2$

Ejemplos:

$* (x-2)(x+2) = x^2 - 4$
$* (a-6)\,(a+6) = a^2 - 36$
$* (2n-3)(2n+3) = (2n)^2 - 3^2 = 4n^2 - 9$

Aplicación del método "Resolución de problemas contextualizados"

Aplicación 1: Restas de potencias.

INTENCIÓN DE LA PREGUNTA:
Descripción: Usa el razonamiento aritmético para realizar restas de potenciaciones
Área de contenido matemático: Aritmética
Contexto: Personal
Proceso: Formular

PREGUNTA:
Restar $87^2 - 86^2$ mentalmente, sin usar calculadora.

- ☑ $87^2 - 86^2 = (87+86)(87-86)$
- ☑ $87^2 - 86^2 = (87+86)(1)$
- ☑ Quedando la expresión:
  $87^2 - 86^2 = 173$

Método del aspa

Se utiliza para factorizar polinomios de grado par. Se presentan los siguientes casos:

Trinomios de la forma

$$P(x,y) = Ax^{2n} + Bx^n y^m + Cy^{2m}$$

$$P(x,y) = (px^n + ry^m)\,(qx^n + sy^m)$$

Ten presente

Aumento de un producto

Supóngase que las dimensiones de un terreno son 30 m y 15 m, entonces su área es A= 30 x 15 = 450 m²

Ahora, supongamos que cada lado aumenta en x metros, ¿en cuánto aumenta el área?

$(20+x)(10+x)$

$\underbrace{(30+x)(15+x)} = \underbrace{x^2+45x}_{\text{Aumento}}+450$

$\therefore$ Aumentó en x^2+30x

6. Producto de binomio con término común / Trinomio de la forma:

x^2+px+q

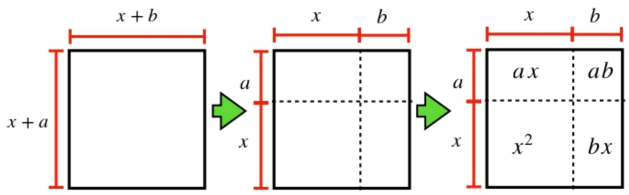
Producto notable.

$$\boxed{(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab}$$

Factorización.

$$\boxed{x^2+px+q=(x+a)(x+b)}$$

Geométricamente: Sea un rectángulo de largo "x+a" y ancho "x+b"



Se observa que:

$(x+a)(x+b)=x^2+ax+bx+ab=x^2+(a+b)x+ab$

Ejemplos:

$$\begin{aligned} *\,(x+4)(x+7) &= x^2+(4+7)x+(4)(7) \\ &= x^2+11x+28 \\ *\,(y-2)(y+5) &= y^2+(-2+5)y+(-2)(5) \\ &= y^2+3y-10 \\ *\,(n-5)(n-9) &= n^2+(-5-9)n+(-5)(-9) \\ &= n^2-14n+45 \end{aligned}$$

Aplicación del método "Resolución de problemas contextualizados"

Aplicación 1: Restas de potencias.

INTENCIÓN DE LA PREGUNTA:
Descripción: Calcula el área de formas poligonales.
Área de contenido matemático: Espacio y forma
Contexto: Ocupacional
Proceso: Formular

PREGUNTA:

Miguel Ángel dispone de un terreno en forma rectangular de 40 metros de largo y 36 metros de ancho. Desea tener en la parte posterior un jardín en forma cuadrangular y en el resto del terreno va a construir su casa. ¿Cuál debe ser el valor de x para que el área de la casa sea el cuádruple del área del jardín?