

Universidad Andina Simón Bolívar

Sede Ecuador

Área de Gestión

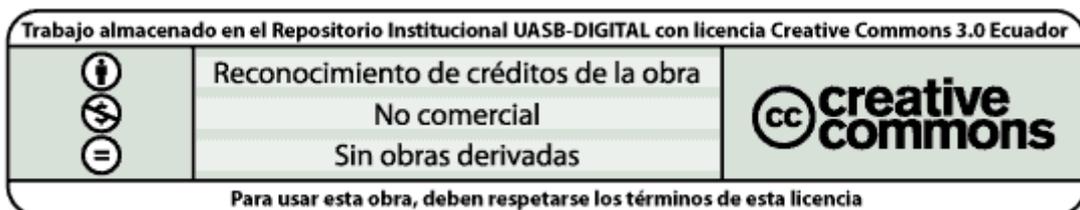
Programa de Maestría en Finanzas y Gestión de Riesgos

**Gestión del riesgo de liquidez en una institución financiera
utilizando un modelo híbrido entre la metodología ARIMA y
Redes Neuronales Artificiales**

Autor: Paúl William Casaliglla Ger

Tutor: Mario Jaramillo Campaña

Quito, 2016



CLAUSULA DE CESION DE DERECHO DE PUBLICACION DE TESIS/MONOGRAFIA

Yo, Casaliglla Ger Paúl William, autor de la tesis intitulada *Gestión del riesgo de liquidez en una institución financiera utilizando un modelo híbrido entre la metodología ARIMA y Redes Neuronales Artificiales* mediante el presente documento dejo constancia de que la obra es de mi exclusiva autoría y producción, que la he elaborado para cumplir con uno de los requisitos previos para la obtención del título de magister en la Universidad Andina Simón Bolívar, Sede Ecuador.

1. Cedo a la Universidad Andina Simón Bolívar, Sede Ecuador, los derechos exclusivos de reproducción, comunicación pública, distribución y divulgación, durante 36 meses a partir de mi graduación, pudiendo por lo tanto la Universidad, utilizar y usar esta obra por cualquier medio conocido o por conocer, siempre y cuando no se lo haga para obtener beneficio económico. Esta autorización incluye la reproducción total o parcial en los formatos virtual, electrónico, digital, óptico, como usos en red local y en internet.
2. Declaro que en caso de presentarse cualquier reclamación de parte de terceros respecto de los derechos de autor/a de la obra antes referida, yo asumiré toda responsabilidad frente a terceros y a la Universidad.
3. En esta fecha entrego a la Secretaría General, el ejemplar respectivo y sus anexos en formato impreso y digital o electrónico.

Fecha. 12 de abril de 2016

Firma:

Resumen

En las instituciones financieras, una deficiente gestión del riesgo de liquidez puede ocasionar pérdidas financieras, ya sea por: intereses excesivos de créditos con otras instituciones, venta de activos con precios inferiores al valor del mercado, pérdida de oportunidades de negocios, pérdida de confianza con el depositante e incluso hasta la quiebra de la entidad. Es por esta razón, que el monitoreo de la liquidez se vuelve indispensable para el correcto funcionamiento de un banco, y se motiva al desarrollo de nuevas metodologías para su cuantificación. Si bien la gestión del riesgo de liquidez depende de cada institución bancaria y de su estructura en activos y pasivos, esta investigación se concentra en el análisis de la disminución del pasivo (depósitos) y/o el incremento del activo (cartera) y su afectación a los niveles de liquidez.

Con este antecedente, para determinar la posición futura de liquidez de la institución investigada, se analiza las necesidades de fondos (obtenidas con la proyección de los depósitos) y la fuente de recursos (proyección de la cartera de créditos), permitiendo determinar superávits o déficits futuros de liquidez. En realidad el planteamiento es un monitoreo de la liquidez con un vista hacia el futuro, facilitando la toma de decisiones para mantener y controlar el nivel de liquidez requerido por la institución.

Para cumplir con el objetivo de predicción, se pone a prueba una metodología alternativa para la proyección de series temporales, la cual combina los resultados de los modelos ARIMA y Redes Neuronales Artificiales. Con el modelo ARIMA se estima la relación lineal entre los rezagos propios de la serie, mientras que con las Redes Neuronales Artificiales se estima el componente no lineal que la estimación ARIMA no pudo captar. Los resultados son comparados con los obtenidos por las dos metodologías por separado. Se concluye que el modelo híbrido propuesto tiene mayor exactitud al estimar ambas series temporales.

Agradecimiento

Mi agradecimiento fraterno a muchas personas: familiares, amigos, compañeros, profesores, etc. que han contribuido con éste trabajo; particularmente a Taty, mi esposa, por todo su apoyo incondicional, por ser parte primordial de este logro y por su inmenso amor.

Paúl

Dedicatoria

Quiero dedicar este trabajo a mi padre Camilo(+), que aunque no pudo disfrutar este logro sé que se sentirá feliz. Siempre será mi ejemplo de superación, sacrificio y de ser mejor persona.

Paúl

Contenido

Capítulo primero	13
1 Administración del riesgo de liquidez	13
1.1 Introducción	13
1.2 Principios para la gestión y supervisión del riesgo de liquidez propuestos por el Comité de Basilea	14
1.3 Normativa ecuatoriana para la gestión del riesgo de liquidez	17
Capítulo segundo	20
2 Series de tiempo.....	20
2.1 Introducción.....	20
2.2 Modelos ARIMA	20
2.3 Componentes ARCH y GARCH de una serie temporal	27
2.4 Extensiones del modelo GARCH	33
Capítulo tercero.....	35
3 Redes Neuronales Artificiales	35
3.1 Introducción.....	35
3.2 Características y elementos de las Redes Neuronales Artificiales	35
3.3 Estructura de una red neuronal artificial.....	38
3.4 Perceptrón Multicapa.....	43
Capítulo cuarto.....	46
4 Predicción de los depósitos de una institución financiera utilizando modelos ARIMA	46
4.1 Descripción	46
4.2 Predicción con modelos ARIMA.....	47
4.3 Resultados.....	54
Capítulo quinto	56
5 Predicción de los depósitos con redes neuronales artificiales	56
5.1 Descripción	56
5.2 Predicción con Redes Neuronales Artificiales	57
5.3 Resultados.....	63
Capítulo sexto	65
6 Predicción de los depósitos utilizando un modelo híbrido	65

6.1 Descripción	65
6.2 Desarrollo	66
6.3 Resultados.....	72
6.4 Comparación de los resultados obtenidos por los modelos propuestos.....	73
Capítulo séptimo	76
7 Gestión del riesgo de liquidez.....	76
7.1 Descripción	76
7.2 Aplicación del modelo híbrido en la predicción de la cartera de crédito	77
7.3 Administración del riesgo de liquidez - aplicación	80
Capítulo octavo	84
8 Conclusiones y recomendaciones	84
8.1 Conclusiones.....	84
8.2 Recomendaciones	87

Índice de tablas

TABLA 1. PRINCIPALES REDES CON APRENDIZAJE NO SUPERVISADO	42
TABLA 2. TEST DE RAÍCES UNITARIAS-PRIMERA DIFERENCIA DEPÓSITOS	50
TABLA 3. CRITERIOS DE SELECCIÓN MODELOS ARIMA.....	50
TABLA 4. ESTIMACIÓN DEL MODELO ARIMA.....	51
TABLA 5. TEST DE RAÍCES UNITARIAS-ERRORES DEL MODELO ARIMA.....	52
TABLA 6. INDICADORES DEL ERROR EN EL MODELO ARIMA (BACKTESTING).....	54
TABLA 7. ERROR EN REDES NEURONALES DE 1 Y 2 CAPAS OCULTAS.....	58
TABLA 8. ERRORES DE REDES AL MODIFICAR EL NÚMERO DE NODOS	58
TABLA 9. ERRORES DE LAS REDES AL MODIFICAR LAS FUNCIONES DE ACTIVACIÓN.....	60
TABLA 10. INDICADORES DEL ERROR DE LA RED NEURONAL (BACKTESTING)	62
TABLA 11. COMPARACIÓN DEL ERROR EN REDES DE 1 Y 2 CAPAS OCULTAS	66
TABLA 12. ERROR AL MODIFICAR EL NÚMERO DE NODOS	67
TABLA 13. ERROR AL MODIFICAR LAS FUNCIONES DE ACTIVACIÓN	68
TABLA 14. INDICADORES DEL ERROR-MODELO HÍBRIDO (BACKTESTING)	72
TABLA 15. CRITERIOS DE SELECCIÓN DE LOS MODELOS.....	74
TABLA 16. MODELO ARIMA-SERIE COLOCACIONES.....	78

Índice de gráficos

GRÁFICO 1. TIPOS DE REDES NEURONALES ARTIFICIALES	37
GRÁFICO 2. MODELO GENÉRICO DE UNA NEURONA ARTIFICIAL	37
GRÁFICO 3. PRINCIPALES FUNCIONES DE ACTIVACIÓN	38
GRÁFICO 4. ARQUITECTURAS COMUNES SEGÚN LA ESTRUCTURA DE CAPAS	40
GRÁFICO 5. PERCEPTRÓN FORMADO POR UNA CAPA OCULTA	43
GRÁFICO 6. EVOLUCIÓN HISTÓRICA DE LOS DEPÓSITOS (EN MILLONES DE DÓLARES)	47
GRÁFICO 7. CURVAS ANUALES DE LOS DEPÓSITOS (EN MILLONES DE DÓLARES).....	48
GRÁFICO 8. COMPARACIÓN ESTACIONAL DE LA SERIE DE LOS DEPÓSITOS	49
GRÁFICO 9. CORRELOGRAMA DE LOS DEPÓSITOS	49
GRÁFICO 10. CORRELOGRAMA DE LOS RESIDUOS MODELO ARIMA.....	52
GRÁFICO 11. BACKTESTING MODELO ARIMA.....	53
GRÁFICO 12. ESTRUCTURA DE LA RED NEURONAL IDENTIFICADA - DEPÓSITOS.....	59
GRÁFICO 13. IMPORTANCIA DE LOS REZAGOS	61
GRÁFICO 14. COMPARACIÓN DEPÓSITOS (MILLONES DE DÓLARES) REAL VS PROYECCIÓN RNA	61
GRÁFICO 15. BACKTESTING DE LA RED NEURONAL-DEPÓSITOS (EN MILLONES DE DÓLARES).....	62
GRÁFICO 16. ESTRUCTURA DE LA RED NEURONAL-SERIE ERRORES MODELO ARIMA	67
GRÁFICO 17. IMPORTANCIA DE LOS REZAGOS	69
GRÁFICO 18. COMPARACIÓN REAL VS PROYECCIÓN-ERRORES (MILLONES DE DÓLARES).....	69
GRÁFICO 19. COMPARACIÓN REAL VS PROYECCIÓN DEPÓSITOS-MODELO HÍBRIDO	70
GRÁFICO 20. ERRORES INCURRIDOS POR EL MODELO HÍBRIDO (EN MILLONES DE DÓLARES).....	71
GRÁFICO 21. BACKTESTING MODELO HÍBRIDO-DEPÓSITOS (EN MILLONES DE DÓLARES)	71
GRÁFICO 22. SERIE DE LA CARTERA DE CRÉDITO (EN MILLONES DE DÓLARES)	77
GRÁFICO 23. CONTRIBUCIÓN DE LOS REZAGOS-CARTERA	78
GRÁFICO 24. APLICACIÓN MODELO HÍBRIDO-CARTERA (EN MILLONES DE DÓLARES)	79
GRÁFICO 25. EVOLUCIÓN DEPÓSITOS Y CARTERA (EN MILLONES DE DÓLARES)	81
GRÁFICO 26. ANÁLISIS DE LA LIQUIDEZ (EN MILLONES DE DÓLARES).....	81
GRÁFICO 27. AJUSTE COLOCACIÓN DE LA CARTERA (EN MILLONES DE DÓLARES).....	82

Introducción

Antecedentes

Dentro de los riesgos que un banco adquiere por la intermediación financiera es el riesgo de liquidez. Por liquidez, las entidades financieras deben disponer de capital suficiente para hacer frente a las obligaciones asumidas con sus depositantes, al cual se denomina Requerimiento mínimo de capital. Éste, en cierta parte surge porque los bancos no pueden exigir a sus contrapartes (deudores) el pago inmediato de sus créditos que por lo general son a medio y largo plazo.

La gestión del riesgo de liquidez de una institución financiera es de suma importancia para el correcto funcionamiento de la misma; incluso la Superintendencia de Bancos del Ecuador, organismo de control, establece que las entidades bancarias deberán establecer procedimientos idóneos que permitan una adecuada administración de liquidez. Como fruto de esto se han desarrollado una clase de medidas de gestión, diseñadas para medir y agregar diversas posiciones con riesgo asumidas por una institución.

Si la gestión del riesgo de liquidez en un banco no es tratada correctamente, la institución tiene la obligación de buscar otras fuentes de financiamiento que, entre otras cosas, pueden significar costos excesivos por intereses de créditos con otras instituciones, venta de activos con precios inferiores al valor del mercado, pérdida de oportunidades de negocios y sobre todo pérdida de confianza con el depositante. El resultado de cualquier acción es una pérdida financiera de la institución.

Justificación del tema

La mala gestión del riesgo de liquidez puede originar desconfianza en el depositante, puede causar hasta una corrida de depósitos y por ende una quiebra en la institución financiera. Cabe recordar el caso de Lehman Brothers en Estados Unidos y su quiebra en septiembre de 2008, lo que dejó en claro la importancia de la liquidez en el funcionamiento de los mercados financieros y del sistema bancario. El cambio repentino de las condiciones de mercado, llevó a que instituciones que aparentaban una fuerte solidez financiera afrontaran problemas de solvencia e iliquidez. Los bancos centrales tuvieron que salir en apoyo de estas instituciones para evitar un problema sistémico aún mayor.

Por lo mencionado anteriormente, la iliquidez es uno de los principales riesgos que debe ser gestionado, lo que sumado a su gran impacto en la actividad de las instituciones financieras motivan a la aplicación de nuevas técnicas para su gestión. Es por esta razón, que en la presente investigación se pretende entregar evidencias respecto a la potencia de las redes neuronales como herramienta para el pronóstico de series temporales, en este caso, los depósitos y la cartera de créditos. Siendo así, el planteamiento consiste en comparar las proyecciones de las variables mencionadas anteriormente bajo la aplicación de diferentes metodologías, que en esta investigación corresponden a: la metodología clásica de series de tiempo conocida como ARIMA, las Redes Neuronales Artificiales, y; un modelo híbrido que consiste en la combinación de los resultados de las dos metodologías anteriores. La hipótesis que se plantea con esta comparación, es que el modelo híbrido proporciona una mejor estimación de los depósitos y de la cartera de crédito contra las dos metodologías por separado. Para verificar esta afirmación, se utilizarán criterios de selección de modelos, que se basan en la comparación de las magnitudes de los errores ocasionados por las tres metodologías.

Cabe aclarar que el modelo híbrido ha sido desarrollado y utilizado anteriormente por varios autores en diferentes aplicaciones, como por ejemplo Foix C. y Weber R. en *Pronóstico del precio del cobre mediante Redes Neuronales (2007)* o por Sánchez P. en *Modelado de cambios estructurales en series temporales no lineales utilizando Redes Neuronales (2005)*. Sin embargo, estas aplicaciones no corresponden en su mayoría a series financieras y se desconoce de aplicabilidad y resultados en el país, es por esta razón, que se plantea en esta investigación su utilización.

Objetivos del estudio

Objetivo general

Proporcionar una herramienta para la gestión del riesgo de liquidez de una institución financiera basada en las estimaciones de las series de los depósitos y de la cartera de crédito, con el fin de determinar el nivel de reservas adecuadas que el banco requiere constituir para cubrir el riesgo mencionado.

Objetivos Específicos

- Estimar las series de los depósitos y de la cartera de crédito utilizando un modelo híbrido que combine los resultados de las metodologías ARIMA y Redes Neuronales Artificiales.
- Utilizar un método clásico de análisis de series temporales, en este caso la metodología ARIMA, para proporcionar estimaciones de las series mencionadas.
- Proporcionar estimaciones de series temporales mediante una técnica de inteligencia artificial, siendo utilizada las Redes Neuronales Artificiales.
- Construir un modelo híbrido que combine los resultados de las metodologías ARIMA y Redes Neuronales Artificiales para encontrar modelos de predicción de series temporales.
- Comparar la eficiencia de los modelos encontrados a través de estadísticos de selección de modelos, para determinar qué modelo es el mejor al momento de predecir el comportamiento de los depósitos y de la cartera de crédito.

Capítulo primero

Administración del riesgo de liquidez

1.1 Introducción

La crisis financiera internacional reciente puso de manifiesto que los niveles de capital en el sistema financiero eran insuficientes, debido a que los sectores bancarios de numerosos países habían acumulado un apalancamiento excesivo dentro y fuera de balance, lo que sumado a niveles insuficientes de liquidez ocasionó que los bancos no sean capaces de absorber las pérdidas sistemáticas sufridas, con lo cual la crisis se vio agravada por un proceso de des apalancamiento pro cíclico. En este punto de la crisis, el mercado dejó de confiar en la solvencia y la liquidez de las entidades bancarias. Estas deficiencias rápidamente se transmitieron al resto del sistema financiero y a la economía real produciendo una reducción de la liquidez y del crédito disponible.

En el país, la crisis financiera del periodo de 1998-1999 que afectó a las entidades bancarias, evidenció la necesidad de implementar programas que permitan fortalecer la supervisión de éstas (función ejercida por la Superintendencia de Bancos y Seguros del Ecuador), además de la importancia en la aplicación de normas sobre regulación bancaria aconsejadas principalmente por el Comité de Basilea.

Después de la crisis se comprobó que las instituciones financieras no cumplían con los principios básicos de gestión de riesgos financieros, por esta razón, la Junta Bancaria con el apoyo de organismos multilaterales de crédito adoptaron la aplicación de las Normas de Basilea, que son una guía para armonizar políticas y procedimientos que faciliten la coordinación en el sistema de control eficaz de la banca, teniendo como objetivo el asegurar que los entes financieros midan, vigilen y controlen adecuadamente los riesgos financieros, como una garantía de solvencia y de confianza.

Uno de los lineamientos emprendidos para fortalecer el sistema financiero ecuatoriano fue el de trabajar con las Normas de Basilea y el objetivo que se persigue en la aplicación de esta normativa, es el de poder atenuar las consecuencias de crisis bancarias y sus efectos sobre el sistema financiero.

1.2 Principios para la gestión y supervisión del riesgo de liquidez propuestos por el Comité de Basilea

El Comité de Basilea tiene su origen en la crisis financiera originada por el cierre del Bankhaus Herstatt (Colonia, Alemania) en 1974. Como consecuencia del cierre intempestivo de este banco, la liquidación y compensación de un número considerable de operaciones internacionales quedó sin realizarse, las mismas que casi conducen al colapso del sistema de pagos norteamericano y del sistema financiero internacional (Walker 2001).

El Comité de Basilea estuvo conformado en sus inicios por los gobernadores de los Bancos Centrales del G10 y con el afán de restaurar la confianza y estabilidad del sistema financiero internacional, expidieron un comunicado en septiembre de 1974 transmitiendo un mensaje de respaldo total a la liquidez del sistema de pagos internacionales. Este Comité mantiene su sede en Basilea, Suiza, en las oficinas del Banco de Pagos Internacionales; y se ha caracterizado por su informalidad legal y procedimental.

Las medidas planteadas en Basilea III están orientadas, entre otras cosas a exigir mayor capital y de mejor calidad; demandar directamente a las entidades bancarias más capital a través de requerimientos mayores con respecto a algunos riesgos y exposiciones, e indirectamente a través de un ratio de endeudamiento y de colchones de capital para usar en situaciones de crisis; establecer requerimientos mínimos de liquidez a corto y largo plazo, con lo cual se obliga a una transformación de los pasivos y activos bancarios para conseguir un mejor encaje de los plazos de vencimiento de unos a otros; y, fijar un ratio máximo de endeudamiento (Larraín 2015).

1.2.1 Pilares del acuerdo

Para lograr fortalecer la solvencia del sistema financiero, Basilea III se basa en un marco que contempla tres Pilares (Basel Committee on Banking Supervision 2011):

Definición más estricta de Capital: Busca una mejora en la calidad del capital para que la empresa posea una mejor capacidad de absorber pérdidas.

Gestión y Supervisión del Riesgo: Se basa en un conjunto integral de Principios para el buen gobierno, diseño, aplicación y supervisión de pruebas de tensión.

Disciplina del Mercado: Propone a los bancos ofrecer información clara, completa y puntual sobre su exposición al riesgo, su base de capital, sus estados financieros, sus prácticas remunerativas, etc., con el objetivo de promover una disciplina de mercado más eficaz.

1.2.2 Indicadores propuestos por el Comité de Basilea

El Comité de Basilea ha propuesto dos indicadores para reforzar la resistencia, manejo y medición de la liquidez de los bancos ante situaciones de stress.

Ratio de cobertura de liquidez

El ratio de cobertura de liquidez (RCL) tiene como objetivo tomar en consideración los activos disponibles plenamente líquidos y de alta calidad para hacer frente a las salidas netas de efectivo que puedan producirse en escenarios de tensión a corto plazo (30 días). Este escenario incluye situaciones como son: caída significativa en la calidad crediticia de la institución, pérdida parcial de depósitos o de financiamiento mayorista, restricción en las líneas de financiamiento y restricción en líneas de crédito garantizadas (Basel Committee on Banking Supervision 2013).

$$RCL = \frac{\text{Stock de activos líquidos de alta calidad}}{\text{Total de salida de activos líquidos durante días}}$$

Para ser calificado como activo líquido de elevada calidad deben ser líquido en un escenario de stress y ser fácilmente convertido en dinero con poca o nula pérdida de valor. Las características que los activos deben cumplir para ser catalogado como de alta calidad son las siguientes:

- Bajo riesgo de crédito y mercado.
- Su valuación debe ser sencilla y precisa.
- Debe tener una baja correlación con activos riesgosos.
- Debe tener mercado reconocido

Los activos líquidos de la más alta calidad incluyen: efectivo, reservas del Banco Central que pueden ser utilizadas en momentos de estrés, títulos gubernamentales (o garantizados por los gobiernos), títulos de los bancos centrales, obligaciones del FMI, el BIS y bancos de desarrollo multilateral (como el BID). Por otro lado, están los activos líquidos que solamente pueden representar el 40% del total del stock y a los que se aplicará un recorte de valoración mínimo del 15%.

Este conjunto de activos líquidos están formados por valores emitidos o garantizados por gobiernos, sector público con ponderación de riesgo del 20%, y bonos corporativos y garantizados que satisfagan una serie de condiciones. De ninguna manera pueden haber sido emitidos por una institución financiera ni por ninguna de sus entidades afiliadas (en el caso de los bonos corporativos).

Los títulos deben tener mínimo una calificación de AA- por parte de una agencia de calificación del riesgo de crédito reconocida y deben ser negociados en mercados efectivos de gran tamaño, profundos y con un reducido nivel de concentración.

La salida de activos líquidos se define como las salidas acumuladas esperadas menos los ingresos esperados acumulados considerados en el periodo de stress.

Ratio de fondeo neto estable

Este ratio mide el volumen de fuentes de obtención de fondos estables a largo plazo en relación con los perfiles de liquidez de los activos de la entidad, a lo que habría que añadir las contingencias de financiación provenientes de compromisos fuera de balance, establece un monto mínimo de fondeo estable (bajo estrés) en base de las características de liquidez de los activos (y otras actividades) con un horizonte temporal de un año (Basel Committee on Banking Supervision 2014).

El Ratio de Fondeo Neto Estable busca asegurar que los bancos financien activos a largo plazo con cierta participación de pasivos estables, mitigando así la dependencia excesiva del fondeo institucional durante épocas tranquilas.

$$\text{Ratio de Fondeo Neto Estable} = \frac{\text{Monto de fondeo estable disponible}}{\text{Monto de fondeo requerido}}$$

El numerador del ratio está explicado por la cantidad de financiación que puede considerarse estable con un horizonte de un año: se calcula aplicando determinados porcentajes a las diversas fuentes, tales como el capital (100%), o los depósitos a menos de un año (85% o 70%, según su estabilidad esperada). Para el denominador se hace un cálculo similar con todos los activos, dentro y fuera de balance, aunque en este caso los factores de conversión son más bien los objetivos de financiación estable que desearía el regulador para cada clase de activos a fin de afrontar escenarios de tensión.

1.3 Normativa ecuatoriana para la gestión del riesgo de liquidez

El boom petrolero que se presentó a finales de la década de los 70 originó un crecimiento económico y un desarrollo bancario importante en estos años. Sin embargo, la grave crisis que afrontó el país en los años ochenta, reveló la fragilidad del sistema bancario y de la economía en general, por lo que fue necesario plantear un reordenamiento al sistema financiero.

La reforma al sistema financiero empezó en 1989 y concluyó con la promulgación de Ley General de Instituciones del Sistema Financiero el 12 mayo de 1994. Esta reforma cambió las prácticas de supervisión interventora por principios de supervisión prudencial y de autorregulación conforme a las recomendaciones emitidas por el Primer Acuerdo de Capital emitido por el Comité de Basilea (Sarango 2013).

1.3.1 Gestión y control integral del riesgo

De acuerdo a las recomendaciones de Basilea No JB-2004-631 del 22 de enero del 2004, la Junta Bancaria emitió la norma relacionada con la gestión integral y control de riesgos, en la cual se expone administrar los riesgos en los cuales pueden incurrir las instituciones financieras conforme su objeto social a través de un proceso formal que permita su identificación, medición, control y monitoreo; además, deben establecer esquemas eficientes y efectivos.

La administración integral de riesgos es parte de la estrategia institucional y del proceso de toma de decisiones.

1.3.2 Liquidez estructural

La relación entre los activos más líquidos y los pasivos de exigibilidad en el corto plazo se denomina Índice Estructural de liquidez que estará reflejado en dos niveles que se denominan de primera línea y de segunda línea (Superintendencia de Bancos y Seguros 2014).

Se denomina activos líquidos de primera línea al activo compuesto por los títulos representativos de deuda soberana (emitidos en moneda extranjera), con una calificación global para uso internacional, con grado de inversión igual o superior a AA.

Se denomina activos líquidos de segunda aquellos que tiene incluidos los títulos representativos de la titularización de la cartera hipotecaria de vivienda propia

emitidos por entidades del exterior, con una calificación AAA, otorgada por las calificadoras de riesgos. Para el caso de emisiones efectuadas por las instituciones del sistema financiero ecuatoriano, deberán contar con similar calificación que sea otorgada por las firmas calificadoras de riesgo autorizadas por la Superintendencia de Bancos y Seguros.

El índice estructural de liquidez de primera línea deberá ser siempre mayor a dos (2) veces la volatilidad promedio ponderada de las principales fuentes de fondeo de cada institución; y, el índice estructural de liquidez de segunda línea deberá ser siempre mayor a dos punto cinco (2.5) veces la volatilidad promedio ponderada de las principales fuentes de fondeo de cada institución.

Adicionalmente, los activos líquidos de segunda línea no podrán ser menores del 50% de los cien (100) mayores depositantes que mantenga la institución con plazos hasta de noventa (90) días, de tal manera que el índice estructural de liquidez mínimo que deberá mantener la institución será el valor mayor de la relación entre los activos líquidos requeridos para cubrir la volatilidad de dos punto cinco (2.5) veces o el monto necesario para cubrir el 50% de sus mayores captaciones con plazos hasta de noventa (90) días, sobre sus pasivos exigibles de corto plazo.

El cálculo del requerimiento de liquidez dado por el 50% de los cien (100) mayores depositantes que mantenga la institución con plazos hasta de noventa (90) días, es susceptible de ser ajustado por parte de las instituciones financieras si así lo requieren, a cuyo efecto desarrollarán sus propias metodologías para determinar los niveles de concentración de sus depositantes, considerando aspectos como el tamaño y el número de clientes particulares con los que cuentan.

Entre las metodologías a ser adoptadas se pueden citar como ejemplos los siguientes: Índices de Herfindal Hirschman; Índice de Entropía de Theil; o, el Índice de Hanna y Kay.¹

Las metodologías deben estar sustentadas en estudios que permitan evidenciar su validez y aplicabilidad, así como contar con sustentos estadísticos y matemáticos suficientes que demuestren la confiabilidad de los resultados obtenidos.

Aquellas instituciones que opten por desarrollar su propia metodología de medición de los niveles de concentración, deben contar con un esquema eficiente y efectivo para administrar el riesgo de liquidez; tener estrategias, políticas, procesos y

¹ Los indicadores mencionados miden la concentración y en este caso, son índices propuestos por la Superintendencia de Bancos y Seguros del Ecuador para medir la concentración de los depósitos.

procedimientos de administración integral de riesgos, así como un seguimiento de la correcta ejecución de los mismos.

En forma previa a la aplicación de las metodologías propuestas, las entidades controladas deberán remitirlas a la Superintendencia de Bancos y Seguros para su correspondiente evaluación

El requerimiento de liquidez no podrá exceder del 100% de la volatilidad de sus fuentes de fondeo. Para el cálculo de la volatilidad para la liquidez estructural se utilizarán las variaciones porcentuales de los saldos de los últimos noventa (90) días, con un intervalo de treinta (30) días, para cada una de las fuentes de fondeo. A las variaciones calculadas según el método anterior, se aplicará el logaritmo natural; posteriormente se obtendrá la desviación estándar de la serie.

Capítulo segundo

Series de tiempo

2.1 Introducción

En el año 1970, la metodología propuesta por George Box y Gwilym Jenkins, dos ingenieros con formación estadística, sistematiza modelos modernos para el análisis de series temporales univariantes, en la que plantean dependencia entre los datos observados y por tanto la modelación de ésta en función de los valores anteriores de la propia serie. Estos modelos se conocen con el nombre genérico de ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*), los cuales se derivan de sus tres componentes Autoregresivo (AR), Integrado (I) de Medias Móviles (MA). Modelar una serie temporal supone identificar un modelo ARIMA adecuado que se ajuste a la serie objeto de estudio, debe contener los mínimos elementos necesarios para describir el fenómeno y ser útil para realizar previsiones (Boada y Castillo 2004). El siguiente desarrollo está basado en los textos de Box y Jenkins (*Time Series Analysis: Forecasting and Control* 1970) y Morettin y Toloí (*Análise de séries temporais* 2004)

2.2 Modelos ARIMA

Si $w_t = \Delta^d y_t$ es estacionario², se puede representar a w_t por un modelo ARMA(p,q), o sea,

$$\phi(B)w_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

Si w_t es una diferencia³ de y_t , entonces y_t es una integral de w_t , de aquí se dice que y_t sigue un modelo Autoregresivo Integrado de Medias Móviles, es decir, un modelo ARIMA

$$\phi(B)\Delta^d Z_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

de orden (p,d,q) y se denota como ARIMA(p,d,q), si p y q son de orden de $\phi(B)$ y $\theta(B)$ respectivamente.

Por tal razón la d-ésima diferencia de la serie y_t puede ser representada por un modelo ARMA, estacionario e invertible. Los casos más usuales, $d = 1$ o $d = 2$ corresponden a 2 casos interesantes y comunes de no estacionariedad.

² Proceso aleatorio en el cual la distribución de probabilidad se mantiene constante a lo largo del tiempo.

³ $w_t = \Delta^d y_t$ donde Δ es el operador diferencia.

- 1) Series no estacionarias en media: oscilan alrededor de una media durante algún tiempo y después saltan para otro nivel temporario. Para tornarlas estacionarias es suficiente tomar una diferencia, este es el caso atípico de series económicas.
- 2) Series no estacionarias en inclinación: oscilan en una dirección por algún tiempo y después mudan para otra dirección temporaria. Para tomarlas estacionarias es necesario tomar una segunda diferencia.

El modelo ARIMA(p,d,q) es un caso especial de un proceso integrado. En general, se dice que y_t es integrado de orden d si $\Delta^d y_t$ es estacionario, y se denota como $y_t \sim I(d)$. Si $d = 0$, y_t es estacionaria.

Algunos casos particulares del modelo son:

- 1) ARIMA(p,0,0) = AR(p)
ARIMA(0,0,q) = MA(q)
ARIMA(p,0,q) = ARMA(p,q)
- 2) ARIMA(0,1,1): $\Delta y_t = (1 - \theta B)\varepsilon_t$
- 3) ARIMA(1,1,1): $(1 - \phi B)\Delta y_t = (1 - \theta B)\varepsilon_t$

2.2.1 Formas de un modelo ARIMA

Un modelo ARIMA expresado por la forma $\phi(B)\Delta^d y_t = \theta(B)\varepsilon_t$ puede ser representado en:

- 1) Función de los valores previos de y_t y del valor actual y previos de ε_t (ecuación en diferencias)
- 2) En términos del valor actual y rezagos de ε_t ; y,
- 3) En términos de valores previos de y_t y del valor actual de ε_t .

Forma de ecuación en diferencias

Esta es la forma usual del modelo, útil para calcular proyecciones

$$y_t = \varphi_1 y_{t-1} + \varphi_2 y_{t-2} + \dots + \varphi_{p+d} y_{t-p-d} + \varepsilon_t - \theta_1 \varepsilon_{t-1} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

donde

$$1 - \varphi_1 B - \varphi_2 B^2 - \dots - \varphi_{p+d} B^{p+d} = \phi(B) \Rightarrow \phi(B)y_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

Forma de choques aleatorios (medias móviles infinitas)

$$y_t = \varepsilon_t + \Psi_1 \varepsilon_{t-1} + \Psi_2 \varepsilon_{t-2} + \dots = \Psi(B)\varepsilon_t \quad (1)$$

de esta ecuación se obtiene

$$\varphi(B)y_t = \varphi(B)\Psi(B)\varepsilon_t$$

$$\text{Como } \varphi(B)y_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

$$\Rightarrow \theta(B) = \varphi(B)\Psi(B) \quad (2)$$

de aquí, los pesos o coeficientes Ψ_j de (1) pueden ser obtenidos por (2) identificando los coeficientes de B, B^2, \dots etc.

$$1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q = (1 - \varphi_1 B - \dots - \varphi_{p+d} B^{p+d})(1 + \Psi_1 B + \Psi_2 B^2 + \dots)$$

Ejemplo

Consideremos el proceso ARIMA(0,1,1). Este proceso es llamado también modelo integrado de medias móviles IMA(1,1).

$$\Delta y_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

$$y_t - y_{t-1} = \varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t-1}$$

$$(1 - B)y_t = (1 - \theta B)\varepsilon_t$$

con lo cual, $\varphi(B) = 1 - B$, $\theta(B) = 1 - \theta B$.

La expresión (2) queda expresada como

$$(1 - B)(1 + \Psi_1 B + \Psi_2 B^2 + \dots) = 1 - \theta B$$

es decir,

$$(1 + \Psi_1 B + \Psi_2 B^2 + \dots) - (B + \Psi_1 B^2 + \Psi_2 B^3 + \dots) = 1 - \theta B$$

Se obtiene que:

$$\Psi_j = 1 - \theta \quad \text{para } j = 1, 2, 3, \dots$$

De modo que:

$$y_t = \varepsilon_t + (1 - \theta)\varepsilon_{t-1} + (1 - \theta)\varepsilon_{t-2} + \dots$$

$$y_t = \varepsilon_t + (1 - \theta) \sum_{j=1}^{\infty} \varepsilon_{t-j}$$

Forma invertida (autorregresivos infinito)

Si el modelo es autorregresivo infinito, entonces

$$\pi(B)y_t = \varepsilon_t$$

con

$$\pi(B) = 1 - \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j B^j$$

Anteriormente se obtuvo que

$$\varphi(B)y_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

$$= \theta(B)\pi(B)y_t$$

$$\Rightarrow \varphi(B) = \theta(B)\pi(B)$$

por lo tanto, los coeficientes π_j pueden ser obtenidos conociendo los operadores $\varphi(B)$ y $\theta(B)$.

Por ejemplo considérese el modelo ARIMA(1,1,1)

$$\phi(B)\Delta^1 y_t = \theta(B)\varepsilon_t$$

$$(1 - \phi B)(1 - B)y_t = (1 - \theta B)\varepsilon_t$$

$$\Rightarrow \varphi(B) = 1 - \phi B - B + \phi B^2$$

$$= 1 - (1 + \phi)B + \phi B^2$$

$$\Rightarrow \theta(B) = 1 - \theta B$$

de modo que obtenemos

$$1 - (1 + \phi)B + \phi B^2 = (1 - \theta B)(1 - \pi_1 B - \pi_2 B^2 - \dots)$$

$$= 1 - (\pi_1 + \theta)B - (\pi_2 - \theta\pi_1)B^2 - (\pi_3 - \theta\pi_2)B^3 - \dots$$

identificando los coeficientes de las potencias de B, es fácil encontrar que:

$$\pi_1 = \phi + (1 - \theta)$$

$$\pi_2 = (\theta - \phi)(1 - \theta)$$

$$\pi_j = (\theta - \phi)(1 - \theta)\theta^{j-2} \quad j \geq 3$$

\Rightarrow se asume que $W_t = (1 - B)^d y_t$ es estacionario e invertible y los parámetros del modelo son conocidos.

2.2.2 Proyección con modelos ARIMA

En este apartado, el interés es proyectar valores y_{t+h} , con $h \geq 1$ suponiendo que se disponen las observaciones $y_t, y_{t-1}, y_{t-2}, \dots$. La proyección de origen t y horizonte h será denotado por $y_t(h)$

Formas básicas

Se puede expresar una proyección de $\tilde{y}_t(h) = E[y_{t+h}/y_t, y_{t-1}, \dots]$, utilizando las diferentes formas de un modelo ARIMA descritas anteriormente:

Proyección utilizando una ecuación de diferencias

Tomando la esperanza condicional de

$$y_{t+h} = \varphi_1 y_{t+h-1} + \dots + \varphi_{p+d} y_{t+h-p-d} - \theta_1 \varepsilon_{t+h-1} - \theta_2 \varepsilon_{t+h-2} - \dots - \theta_q \varepsilon_{t+h-q}$$

$$+ \varepsilon_{t+h}$$

se obtiene que

$$\begin{aligned}
E[y_{t+h}/y_t, y_{t-1}, \dots] &= \tilde{y}_t(h) \\
&= \varphi_1 E[y_{t+h-1}/y_t, y_{t-1}, \dots] + \dots + \varphi_{p+d} E[y_{t+h-p-d}/y_t, y_{t-1}, \dots] \\
&+ E[a_{t+h}/y_t, y_{t-1}, \dots] - \theta_1 [a_{t+h-1}/y_t, y_{t-1}, \dots] - \dots \\
&- \theta_q [a_{t+h-q}/y_t, y_{t-1}, \dots]
\end{aligned}$$

para $h \geq 1$.

Se utiliza los siguientes hechos y notaciones:

$$E[y_{t+h}/y_t, y_{t-1}, \dots] = \tilde{y}_t(k) \quad k > 0$$

$$E[y_{t+h}/y_t, y_{t-1}, \dots] = y_{t+k} \quad k \leq 0$$

$$E[\varepsilon_{t+h}/y_t, y_{t-1}, \dots] = 0 \quad k > 0$$

$$E[\varepsilon_{t+h}/y_t, y_{t-1}, \dots] = \varepsilon_{t+k} \quad k \leq 0$$

Observaciones

1. Note que las medias móviles desaparecen para $h > q$.
2. Para calcular $\tilde{y}_t(h)$ necesitamos de $\tilde{y}_t(h-1), \tilde{y}_t(h-2), \dots$ que son estimados o calculados recursivamente.
3. Existen una cierta aproximación cuando utilizamos este procedimiento ya que en la práctica solo conocemos un número finito de datos pasados. Por tanto, en la realidad, se utiliza como proyección $E(y_{t+h}/y_t, \dots, y_1)$ que es diferente de la proyección óptima $E[y_{t+h}/y_t, y_{t-1}, \dots]$. Sin embargo las 2 formulas obtienen resultados semejantes para valores grandes de t .
4. Las proyecciones para un AR(p) son exactas, una vez que puede ser denotado para ese modelo que:

$$E\left[\frac{y_{t+h}}{y_t}, y_{t-1}, \dots\right] = E\left[\frac{y_{t+h}}{y_t}, \dots, y_{t+1-p}\right]$$

Por ejemplo, para un modelo ARIMA(3,1,1) de una serie temporal y_1, \dots, y_n

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3)(1 - B)y_t = (1 - \theta B)\varepsilon_t$$

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3)(1 - B)y_{t+h} = (1 - \theta B)\varepsilon_{t+h}$$

es decir,

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \phi_3 B^3 - B + \phi_1 B^2 + \phi_2 B^3 + \phi_3 B^4)y_{t+h} = (1 - \theta B)\varepsilon_{t+h}$$

$$(1 - (1 + \phi_1)B + (\phi_1 - \phi_2)B^2 + (\phi_2 - \phi_3)B^3 + \phi_3 B^4)y_{t+h} = (1 - \theta B)\varepsilon_{t+h}$$

$$y_{t+h} = (1 + \phi_1)y_{t+h-1} - (\phi_1 - \phi_2)y_{t+h-2} - (\phi_2 - \phi_3)y_{t+h-3} - \phi_3 y_{t+h-4}$$

$$+ \varepsilon_{t+h} - \theta \varepsilon_{t+h-1}$$

Así que:

$$\tilde{y}_t(1) = (1 + \phi_1)y_t - (\phi_1 - \phi_2)y_{t-1} - (\phi_2 - \phi_3)y_{t-2} - \phi_3 y_{t-3} - \theta \varepsilon_t$$

$$\begin{aligned}
\tilde{y}_t(2) &= (1 + \phi_1)\tilde{y}_t(1) - (\phi_1 - \phi_2)y_t - (\phi_2 - \phi_3)y_{t-1} - \phi_3y_{t-2} \\
\tilde{y}_t(3) &= (1 + \phi_1)\tilde{y}_t(2) - (\phi_1 - \phi_2)\tilde{y}_t(1) - (\phi_2 - \phi_3)y_t - \phi_3y_{t-1} \\
\tilde{y}_t(4) &= (1 + \phi_1)\tilde{y}_t(3) - (\phi_1 - \phi_2)\tilde{y}_t(2) - (\phi_2 - \phi_3)\tilde{y}_t(1) - \phi_3y_t \\
\tilde{y}_t(h) &= (1 + \phi_1)\tilde{y}_t(h-1) - (\phi_1 - \phi_2)\tilde{y}_t(h-2) - (\phi_2 - \phi_3)\tilde{y}_t(h-3) \\
&\quad - \phi_3\tilde{y}_t(h-4)
\end{aligned}$$

Utilizando la forma de choques aleatorios se tiene

$$\begin{aligned}
\tilde{y}_t(h) &= \Psi_1 E(\varepsilon_{t+h-1}) + \Psi_2 E(\varepsilon_{t+h-2}) + \dots + \Psi_{n-1} E(\varepsilon_{t+h}) + \Psi_h E(\varepsilon_t) + \dots \\
&\quad + E[\varepsilon_{t+h}]
\end{aligned}$$

Por ejemplo, la expresión de un modelo MA(1) que incluye una media θ_0 es

$$y_t = \theta_0 + (1 - \theta B)\varepsilon_t$$

de modo que:

$$\begin{aligned}
\tilde{y}_t(1) &= \theta_0 - \theta\varepsilon_t \\
\tilde{y}_t(2) &= \theta_0 \text{ y} \\
\tilde{y}_t(h) &= \theta_0 \text{ para } h \geq 2
\end{aligned}$$

es decir, a partir de $h = 2$ la proyección coincide con la media de la serie. En caso de un MA(q), la proyección coinciden con la media para $h > q$.

Proyección utilizando la forma invertida

$$y_{t+h} = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j y_{t+h-j} + \varepsilon_{t+h}$$

Tomando las esperanzas se obtiene

$$\tilde{y}_t(h) = \sum_{j=1}^{\infty} \pi_j E[y_{t+h-j}/y_t, y_{t-1}, \dots] + E(\varepsilon_{t+h})$$

Considerando el mismo ejemplo, en el caso de un MA(1) se tendrá que $y_t = (1 - \theta B)\varepsilon_t$ puede ser escrito en términos de ε_t como

$$\varepsilon_t = (1 - \theta B)^{-1}y_t = \sum_{i=0}^{\infty} (\theta B)^i y_t$$

de modo que

$$y_t = \varepsilon_t - \theta y_{t-1} - \theta^2 y_{t-2} - \dots$$

Se obtiene que la proyección de y_{t+h} en el instante t, está dada por

$$\tilde{y}_t(h) = -\theta\tilde{y}_t(h-1) - \theta^2\tilde{y}_t(h-2) - \dots \text{ es decir,}$$

$$\tilde{y}_t(h) = \sum_{j=1}^{\infty} -\theta^j \tilde{y}_t(h-j) \quad h > 0$$

2.2.3 Función de proyección

De acuerdo a lo visto anteriormente, una ecuación de proyección considerada como una función de h , con origen t fijo, satisface la ecuación de diferencia

$$\tilde{y}_t(h) = \sum_{i=1}^{p+d} \varphi_i \tilde{y}_t(h-1) \quad h > q \quad \circ$$

$$\varphi(B)\tilde{y}_t(h) = (1-B)^d \theta(B)\tilde{y}_t(h) = 0 \quad h > q$$

con $\varphi(B)$ operado sobre h .

Se demuestra que para $h > q - p - d$, la función $\tilde{y}_t(h)$ consistirá en una mezcla de polinomios, exponenciales y sinusoidales amortecidas con su forma exacta determinada por las raíces G_i^{-1} del operador $\varphi(B) = 0$

Una solución general tendrá la forma:

$$\tilde{y}_t(h) = C_1^{(t)} f_1(h) + C_2^{(t)} f_2(h) + \dots + C_{p+d}^{(t)} f_{p+d}(h) \quad h > q - p - d$$

donde $f_i(h)$, $h = 1, \dots, p + d$ son funciones de h y $C_1^{(t)}, \dots, C_{p+d}^{(t)}$ son coeficientes adaptativos (dependen del origen de la proyección y son determinados por $\tilde{y}_t(1), \tilde{y}_t(2), \dots, \tilde{y}_t(p + d)$)

Por ejemplo, para un modelo ARIMA(0,1,1) con media θ_0

$$(1-B)y_t = \theta_0 + \varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t-1}$$

Entonces,

$$y_{t+h} = \theta_0 + y_{t+h-1} + \varepsilon_{t+h} - \theta\varepsilon_{t+h-1}$$

siendo así,

$$\tilde{y}_t(1) = \theta_0 + y_t - \theta\varepsilon_t$$

$$\tilde{y}_t(2) = \theta_0 + \tilde{y}_t(1) = 2\theta_0 + y_t - \theta\varepsilon_t$$

y en general,

$$\tilde{y}_t(h) = \tilde{y}_t(1) + (h-1)\theta_0, \quad h \geq 1 \quad (1)$$

$$\tilde{y}_t(h) = y_t + h\theta_0 - \theta\varepsilon_t \quad h \geq 1$$

De (1) se puede observar que la función de proyección es una recta con inclinación θ_0 y un intercepto $\tilde{y}_t(1)$.

En el caso de un proceso ARIMA(0,1,1) sin θ_0

$$(1-B)y_t = \varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t-1}$$

$$y_{t+h} = y_{t+h-1} + \varepsilon_t - \theta\varepsilon_{t+h-1}$$

así

$$\tilde{y}_t(1) = y_t - \theta\varepsilon_t$$

$$\tilde{y}_t(2) = \tilde{y}_t(1) = y_t - \theta \varepsilon_t$$

y en general,

$$\begin{aligned} \tilde{y}_t(h) &= \tilde{y}_t(h-1) \quad h \geq 1 \\ \text{o } \tilde{y}_t(h) &= y_t - \theta \varepsilon_t \quad h \geq 1 \end{aligned}$$

Se observa que la función de proyección, para t fijo, es una recta paralela al eje de las abscisas, es decir, las proyecciones son constantes para cualquier valor de h .

En cambio para un modelo ARIMA(0,2,2) sin θ_0

$$\begin{aligned} \phi(B)\Delta^2 y_t &= \theta(B)\varepsilon_t \\ (1-B)^2 y_t &= (1-\theta_1 B - \theta_2 B^2)\varepsilon_t \\ (1-2B+B^2)y_t &= (1-\theta_1 B - \theta_2 B^2)\varepsilon_t \\ \Rightarrow y_{t+h} &= 2y_{t+h-1} - y_{t+h-2} + \varepsilon_{t+h} - \theta_1 \varepsilon_{t+h-1} - \theta_2 \varepsilon_{t+h-2} \end{aligned}$$

Es decir,

$$\tilde{y}_t(h) = 2\tilde{y}_t(h-1) - \tilde{y}_t(h-2) \quad h > 2$$

La ecuación de proyección satisface

$$(1-B^2)\tilde{y}_t(h) = 0$$

2.3 Componentes ARCH y GARCH de una serie temporal

En este apartado se desarrolla los métodos más conocidos para la modelación de la varianza de una serie temporal ya que anteriormente se desarrolló la metodología para la estimación de la media. Siendo así, es importante mencionar que la teoría expuesta se basa en los libros de Box, Jenkins y Reinsel (Time Series Analysis: Forecasting and Control 1994); y, Morretin y Toloí (Análise de séries temporais 2004).

2.3.1 Modelos ARCH

Los modelos ARCH son modelos autorregresivos en los cuales la varianza no es constante, es decir, con heteroscedasticidad. La idea básica es que el retorno X_t no es correlacionado serialmente, pero la volatilidad depende de los retornos pasados por medio de una función cuadrática.

Definición. Un modelo ARCH(r) está definido por

$$\begin{aligned} X_t &= \sqrt{h_t} \varepsilon_t \\ h_t &= \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_r X_{t-r}^2 \end{aligned}$$

Donde ε_t es una secuencia de variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas con media cero y varianza uno, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $i > 0$.

En la práctica, usualmente se supone que $\varepsilon_t \sim \mathcal{N}(0,1)$ o $\varepsilon_t \sim t_\nu$ (t de Student con ν grados de libertad).

Los coeficientes α_i deben satisfacer ciertas condiciones, dependiendo del tipo de supuesto que se coloca sobre el proceso X_t .

Para investigar algunas propiedades de algunos modelos ARCH, consideramos el caso especial $r = 1$, o sea, tenemos el modelo

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2$$

con $\alpha_0 > 0$ y $\alpha_1 \geq 0$.

Calculando la media, la varianza y la covarianza incondicional de la serie:

1. $E(X_t) = E\{E(X_t|\mathcal{F}_{t-1})\} = 0$
2. $Var(X_t) = E(X_t^2) = E\{E(X_t^2|\mathcal{F}_{t-1})\} = E(\alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2) = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2$

Si el proceso $\{X_t\}$ es estacionario de segundo orden, entonces, para todo t , $E(X_t^2) = E(X_{t-1}^2) = Var(X_t^2)$, donde

$$Var(X_t) = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1}$$

Como la $Var(X_t) > 0$, se debería tener que $0 \leq \alpha_1 < 1$.

3. $Cov(X_{t+k}, X_t) = E(X_{t+k}X_t), k \geq 1$,
 $= E[E(X_{t+k}X_t|\mathcal{F}_{t+k-1})] = E[X_t E(X_{t+k}|\mathcal{F}_{t+k-1})]$
 $= E[X_t E(\sqrt{h_{t+k}} \varepsilon_{t+k}|\mathcal{F}_{t+k-1})] = 0$

De esa forma,

$$\gamma_X(k) = 0, k \geq 1$$

indicando que X_t es una secuencia de variables aleatorias no correlacionadas (ruido blanco) con media cero y varianza dada por la expresión $Var(X_t) = \alpha_0/1 - \alpha_1$

Identificación

Un primer paso para la construcción de un modelo ARCH es intentar ajustar un modelo ARIMA a la serie X_t , para eliminar la correlación serial de la serie, si existe. Si este fuera el caso, tenemos que

$$\phi(B)X_t = \theta_0 + \theta(B)a_t$$

donde que $a_t \sim \text{ARCH}(r)$. En adelante, cuando se refiere a X_t , se está suponiendo que la serie no es correlacionada.

Para verificar si los residuos presentan heteroscedasticidad condicional, se utiliza dos pruebas, examinando la serie X_t^2 .

- a) Test de Box-Pierce-Ljung para X_t^2 .
- b) Test de multiplicadores de Lagrange (ML) de Engle. El procedimiento consiste en contrastar la hipótesis $H_0: \alpha_i = 0$, para todo $i = 1, \dots, r$ en la regresión

$$X_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_r X_{t-r}^2 + u_t$$

para $t = r + 1, \dots, N$. El resultado es

$$NR^2 \sim \chi^2(r)$$

donde R^2 es el coeficiente de correlación múltiple al cuadrado de la regresión. Una prueba asintóticamente equivalente, que puede tener mejores propiedades para muestras pequeñas, se lleva a cabo mediante la expresión

$$F = \frac{\frac{SQR_0 - SQR_1}{r}}{\frac{SQR_1}{N - 2r - 1}} \sim F(r, N - 2r - 1)$$

donde $SQR_0 = \sum_{t=r+1}^N (X_t^2 - \bar{X})^2$ y $SQR_1 = \sum_{t=r+1}^N \hat{u}_t^2$, con \bar{X} la media muestral de X_t^2 y \hat{u}_t los residuos de la regresión. Si el valor de F es significativo, existe heteroscedasticidad condicional en la serie.

Si se comprueba que existe heteroscedasticidad condicional en la serie, el valor actual del cuadrado del retorno depende de los cuadrados de los retornos pasados, comportamiento similar de un modelo autorregresivo. Se deduce que la función de autocorrelación parcial de X_t^2 puede ser usada para sugerir el orden r del modelo $\text{ARCH}(r)$.

Estimación

Los estimadores de los parámetros del modelo son obtenidos por el método de máxima verosimilitud condicional. Si se supone normalidad de ε_t , la función de verosimilitud condicional está dada por

$$L(\boldsymbol{\alpha} | x_1, x_2, \dots, x_N) = f(x_N | \mathcal{F}_{N-1}) f(x_{N-1} | \mathcal{F}_{N-2}) \cdots f(x_{r+1} | \mathcal{F}_r) f(x_1, \dots, x_r | \boldsymbol{\alpha})$$

Para N grande, el último término del producto del lado derecho puede ser despreciado. En caso particular del modelo $\text{ARCH}(1)$, tenemos

$$L(\alpha_0, \alpha_1 | \mathbf{x}) = f(x_N | x_{N-1}) f(x_{N-1} | x_{N-2}) \cdots f(x_2 | x_1)$$

donde $(x_t | x_{t-1}) \sim \mathcal{N}(0, h_t)$. Resolviendo

$$L(\alpha_0, \alpha_1 | \mathbf{x}) = (2\pi)^{-\frac{N}{2}} \prod_{t=2}^N (\alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2)^{-\frac{1}{2}} \exp\left(-\frac{1}{2} \left(\frac{x_t^2}{\alpha_0 + \alpha_1 x_{t-1}^2}\right)\right)$$

La maximización de la expresión anterior puede ser realizada a través de algoritmos de optimización numérica, tales como el Newton-Raphson, Gauss-Newton, etc.

En algunas aplicaciones es más apropiado asumir que los ε_t siguen una distribución t-Student estandarizada, es decir, $\varepsilon_t = \frac{t_v}{\sqrt{v/(v-2)}}$ con $t_v \sim$ t-Student con v grados de libertad. Por lo tanto,

$$f(\varepsilon_t | v) = \frac{\Gamma((v+1)/2)}{\Gamma(v/2) \sqrt{(v-2)\pi} \sqrt{h_t}} \left(1 + \frac{\varepsilon_t^2}{v-2}\right)^{-(v+1)/2}$$

con $\Gamma(a) = \int_0^\infty y^{a-1} e^{-y} dy$.

Considerando nuevamente el caso particular de un modelo ARCH(1), se construye una función de verosimilitud condicional sustituyendo las expresiones encontradas

$$L(\alpha_0, \alpha_1, v | \mathbf{x}) = \prod_{t=2}^N \frac{\Gamma((v+1)/2)}{\Gamma(v/2) \sqrt{(v-2)\pi} \sqrt{h_t}} \left(1 + \frac{x_t^2}{h_t(v-2)}\right)^{-\frac{(v+1)}{2}}$$

Los estimadores de máxima verosimilitud de α_0, α_1 y v son obtenidos maximizando la función anterior, es decir,

$$\begin{aligned} \ell(\alpha_0, \alpha_1, v | \mathbf{x}_1) = & - \sum_{t=2}^N \left[\frac{v+1}{2} \ln \left(1 + \frac{x_t^2}{h_t(v-2)} \right) \right] \\ & - \frac{1}{2} \ln(h_t - (N-1)) \ln(\Gamma((v+1)/2)) \\ & - \ln \Gamma(v/2) - 0,5 \ln((v-2)\pi) \end{aligned}$$

Verificación

Para un modelo ARCH(r), las observaciones estandarizadas (residuos del modelo)

$$\tilde{X}_t = \frac{X_t}{\sqrt{\tilde{h}_{t-1}(1)}}$$

son variables aleatorias independientes idénticamente distribuidas con distribución normal estándar o t-Student. Para verificar la adecuación del modelo se debe calcular el estadístico Q de Ljung-Box para la secuencia \tilde{X}_t . Además, el cálculo de los coeficientes de asimetría y curtosis pueden ser utilizados para validar si siguen una distribución normal.

Predicción

Las proyecciones para las volatilidades utilizando un modelo ARCH(r), dado por

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t,$$

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_r X_{t-r}^2$$

son obtenidas recursivamente. Así,

$$\hat{h}_t(1) = \alpha_0 + \alpha_1 X_t^2 + \alpha_2 X_{t-1}^2 + \dots + \alpha_r X_{t-r}^2$$

es la proyección de h_{t+1} con origen en el instante t . Las l proyecciones con origen en t , están dadas por

$$\hat{h}_t(l) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i \hat{h}_t(l-i)$$

donde $\hat{h}_t(l-i) = X_{t+l-i}^2$ si $l-i \leq 0$

2.3.2 Modelos GARCH

Una generalización de los modelos ARCH son los llamados modelos GARCH (ARCH generalizados). Se vio que un modelo ARMA puede ser más parsimonioso, en el sentido de presentar menos parámetros que los modelos AR y MA puros. Del mismo modo, un modelo GARCH puede ser usado para describir las volatilidades con menos parámetros que un modelo ARCH.

Definición. Un modelo GARCH(r, s) está definido por

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t$$

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i X_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^s \beta_j h_{t-j}$$

donde ε_t son independientes, idénticamente distribuidos con media cero y varianza uno, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$, $\sum_{i=1}^q (\alpha_i + \beta_i) < 1$, $q = \max(r, s)$.

En el caso de un modelo ARCH, usualmente se supone que los ε_t son normales y siguen una distribución t de Student.

Se denota por $v_t = X_t^2 - h_t$, de modo que, sustituyendo se obtiene

$$X_t^2 = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q (\alpha_i + \beta_i) X_{t-i}^2 + v_t - \sum_{j=1}^s \beta_j v_{t-j}$$

en otras palabras, tenemos un modelo ARMA(q, s) para X_t^2 , pero v_t en general no es un proceso *i. i. d.* En la realidad, v_t es una martingala porque

$$\begin{aligned} E(v_t) &= E(X_t^2 - h_t) \\ &= E(h_t \varepsilon_t^2 - h_t) \\ &= E(h_t) E(\varepsilon_t^2) - E(h_t) = 0, \forall t \end{aligned}$$

y,

$$\begin{aligned} E(v_t | \mathcal{F}_{t-1}) &= E[(X_t^2 - h_t) | \mathcal{F}_{t-1}] \\ &= E(X_t^2 | \mathcal{F}_{t-1}) - E(h_t | \mathcal{F}_{t-1}) \\ &= h_t - h_t = 0, \forall t \end{aligned}$$

Se deduce que

$$E(X_t^2) = \frac{\alpha_0}{1 + \sum_{i=1}^q (\alpha_i + \beta_i)}$$

Un modelo bastante usado en la práctica es un GARCH(1,1), para lo cual la volatilidad se expresa como

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1 X_{t-1}^2 + \beta_1 h_{t-1}$$

con $0 \leq \alpha_1, \beta_1 < 1, \alpha_1 + \beta_1 < 1$

La identificación del orden de un modelo GARCH para explicar el comportamiento de una serie real, usualmente es difícil. Se recomienda el uso de modelos de orden bajo, como los (1,1), (1,2) o (2,1) y luego se escoge el modelo en base de varios criterios como el criterio de Akaike o el de Schwarz, de acuerdo a los valores de asimetría y curtosis, la función de log-verosimilitud y alguna función de pérdida, como

$$\sum_{t=1}^N (X_t^2 - h_t)^2$$

Los estimadores de los parámetros del modelo son obtenidos por el método de máxima verosimilitud condicional. Se supone normalidad de los ε_t , tenemos que la función log-verosimilitud, condicionada por las r primeras observaciones está dada por

$$\ell(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta} | x_1, x_2, \dots, x_r) \propto -\frac{1}{2} \sum_{t=r+1}^N \ln(h_t) - \frac{1}{2} \sum_{t=r+1}^N \frac{x_t^2}{h_t}$$

Las estimaciones de los parámetros son obtenidos a través de métodos de maximización de $\ell(\boldsymbol{\alpha}, \boldsymbol{\beta} | x_1, x_2, \dots, x_r)$.

Las proyecciones de las volatilidades, utilizando un modelo GARCH, pueden ser calculadas de forma similar de las estimadas por los modelos ARMA. Las predicciones, con origen t , considerando un modelo GARCH(1,1), están dadas por

$$\hat{h}_t(1) = \alpha_0 + \alpha_1 X_t^2 + \beta_1 h_t$$

y,

$$\begin{aligned} \hat{h}_t(\ell) &= \alpha_0 + \alpha_1 \hat{X}_t^2(\ell - 1) + \beta_1 h_t(\ell - 1), \ell \geq 1 \\ &= \alpha_0 + \alpha_1 \hat{h}_t(\ell - 1) \hat{\varepsilon}_t^2(\ell - 1) + \beta_1 \hat{h}_t(\ell - 1) \end{aligned}$$

ya que $X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t$.

Sustituyendo $\hat{\varepsilon}_t^2(\ell - 1)$ por $E(\varepsilon_{t+\ell-1}^2) = 1$, tenemos que

$$\hat{h}_t(\ell) = \alpha_0 + (\alpha_1 + \beta_1) \hat{h}_t(\ell - 1), \ell > 1$$

En muchas situaciones prácticas podemos obtener, por ejemplo en un GARCH(1,1), que $\alpha_1 + \beta_1$ sea cercano a uno. Si la suma de estos parámetros es uno, tenemos un modelo IGARCH (GARCH integrado). En este caso tenemos,

$$\begin{aligned} X_t &= \sqrt{h_t} \varepsilon_t \\ h_t &= \alpha_0 + \beta_1 h_{t-1} + (1 - \beta_1) X_{t-1}^2 \end{aligned}$$

con $0 < \beta_1 < 1$.

2.4 Extensiones del modelo GARCH⁴

2.4.1 Modelos EGARCH

Se vio que los modelos ARCH y GARCH asumen simetría en los retornos, donde la volatilidad es una función cuadrática de sí misma. Sin embargo, esta suposición no se cumple en la realidad ya que los retornos tienden a ser mayores cuando son negativos.

Considerando aquello, se introducen los modelos EGARCH (GARCH exponenciales)

Definición. Un modelo EGARCH(1,1) se expresa por

⁴ Texto basado en los escritos por Box y Jenkins (Time Series Analysis: Forecasting and Control 1970); y, Morettin y Toloí (Análise de séries temporais 2004)

$$X_t = \sqrt{h_t} \varepsilon_t$$

$$\ln(h_t) = \alpha_0 + \alpha_1 g(\varepsilon_{t-1}) + \beta_1 \ln(h_{t-1})$$

donde ε_t son *i. i. d* con media cero y varianza uno y $g(\cdot)$ es una función dada por

$$g(\varepsilon_t) = \theta \varepsilon_t + \gamma \{|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)\}$$

Aquí, θ y γ son parámetros reales, $|\varepsilon_t| - E(|\varepsilon_t|)$ es una secuencia de variables aleatorias *i. i. d* con media cero.

Note que se puede escribir

$$g(\varepsilon_t) = \begin{cases} (\theta + \gamma)\varepsilon_t - \gamma E(|\varepsilon_t|), & \text{si } \varepsilon_t \geq 0, \\ (\theta - \gamma)\varepsilon_t - \gamma E(|\varepsilon_t|), & \text{si } \varepsilon_t < 0. \end{cases}$$

Esta asimetría permite que la volatilidad responda más rápidamente a retornos negativos que a positivos, hecho conocido como efecto palanca.

2.4.2 Modelos TARCH

Un modelo TARCH (en inglés threshold ARCH) es un caso particular del modelo ARCH no lineal, y la volatilidad ahora sigue una forma funcional de la forma

$$h_t^\gamma = \alpha_0 + \alpha_1 g^{(\gamma)}(\varepsilon_{t-1}) + \beta_1 h_{t-1}^\gamma$$

donde

$$g^{(\gamma)}(\varepsilon_t) = \theta I_{\{\varepsilon_t > 0\}} |\varepsilon_t|^\gamma + (1 - \theta) I_{\{\varepsilon_t \leq 0\}} |\varepsilon_t|^\gamma$$

Existe una formulación alternativa que es utilizada, la cual es

$$h_t = w + \alpha X_{t-1}^2 + \gamma X_{t-1}^2 d_{t-1} + \beta h_{t-1}$$

con

$$d_t = \begin{cases} 1 & \text{si } X_t < 0 \\ 0 & \text{si } X_t \geq 0 \end{cases}$$

Si $\gamma \neq 0$, existe el indicio de volatilidad asimétrica.

Capítulo tercero

Redes Neuronales Artificiales

3.1 Introducción

Las Redes Neuronales Artificiales son modelos computacionales que surgieron como un intento de conseguir formalizaciones matemáticas acerca de la estructura del cerebro, es decir, una simulación abstracta de los sistemas nerviosos biológicos, constituidos por un conjunto de unidades llamadas neuronas o nodos conectados unos con otros. Las redes neuronales simulan ciertas características propias de los humanos, como la capacidad de memorizar y de asociar hechos. Si se examinan con atención aquellos problemas que no pueden expresarse a través de un algoritmo, se observara que todos ellos tienen una característica en común: la experiencia; el hombre es capaz de resolver situaciones acudiendo a la experiencia acumulada. Así, parece claro que una forma de aproximarse al problema consista en construcción de sistemas que sean capaces de producir esta característica humana (Matich 2001).

Las redes son un modelo artificial y simplificado del cerebro humano, que es el ejemplo más perfecto del que disponemos para un sistema que es capaz de adquirir conocimientos a través de la experiencia. Una red neuronal es un nuevo sistema para el tratamiento de la información, cuya unidad básica de procesamiento está inspirada en la célula fundamental del sistema nervioso humano: la neurona.

Todos los procesos del cuerpo humano se relacionan en alguna u otra forma con la actividad de estas neuronas. Las mismas son un componente relativamente simple del ser humano, pero cuando millares de ellas se conectan en forma conjunta se hacen muy poderosas (Reed y Marks 1999).

Por lo tanto, las Redes Neuronales Artificiales consisten en unidades de procesamiento que intercambian datos o información, que se utilizan para reconocer patrones incluyendo imágenes, manuscritos, secuencias de tiempo, tendencias financieras, entre otros, y tienen capacidad de aprender y mejorar su funcionamiento.

3.2 Características y elementos de las Redes Neuronales Artificiales

Las características principales de las redes neuronales, al estar inspiradas en las redes biológicas, son las siguientes (Mladenov, Palm y Appollini 2013):

- Procesado de información sólido al utilizar un gran número de nodos que se encuentran interconectados, adaptándose de acuerdo a la información evaluada.
- Mejor capacidad de la red para aproximar funciones no lineales, identificar patrones; y, lo principal que identifica y se resiste al ruido generado por la información.

Dentro de los elementos y características principales de las redes neuronales se encuentran la neurona, la arquitectura; y, los modos de operación de las redes.

La neurona artificial es el componente mínimo de la red neuronal artificial, particularmente su función es transformar la información de entrada (de varias fuentes posibles) a una sola información de salida. La información de entrada hace referencia a variables exógenas que son evaluadas por la red o información de otras neuronas que se encuentran interconectadas, mientras que la salida se convierte en el resultado final de la red o el input para la generación de nuevas neuronas; esto depende de la estructura de la red neuronal (Zhang, Lu y Kwok 2010).

Con este antecedente, se identifican tres tipos de neuronas artificiales, continuándose con su definición.

Neuronas de entrada: son las variables endógenas que sirven de input en la red neuronal y que utilizamos para la explicación del algún fenómeno.

Neuronas de salida: es la estimación de la variable o fenómeno que se desea explicar con la red neuronal. El número de neuronas depende del tipo de variable a modelar, si es continua será una sola neurona de salida; pero si el problema es de clasificación dependerá del número de categorías en ésta.

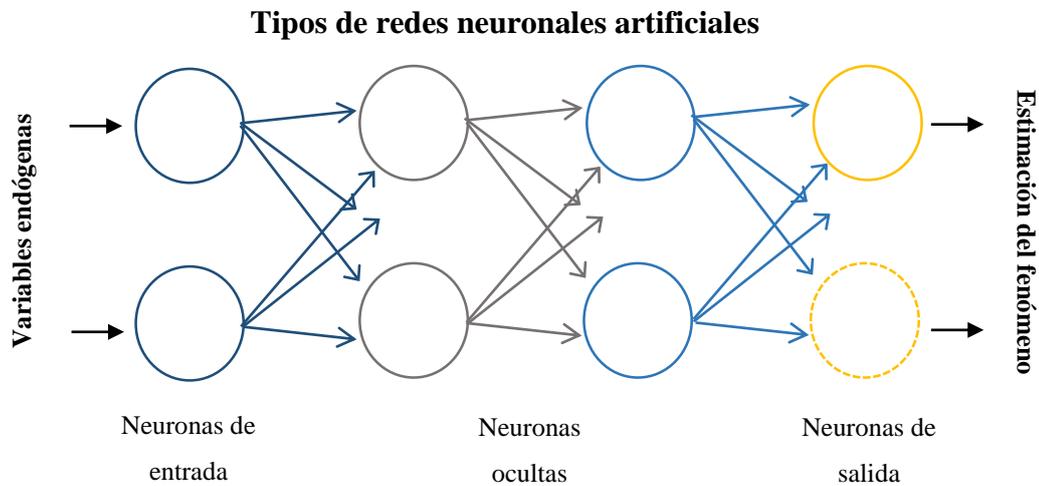
Neuronas ocultas: son el resultado del procesamiento de la información de las neuronas de entrada y sus resultados son utilizados para la generación de la neurona de salida; se encuentran en el interior de la red neuronal.

Al conjunto de neuronas que pertenecen a la misma etapa del procesamiento habitualmente reciben el nombre de capa, de esta manera se determinan tres diferentes tipos: de entrada, ocultas y de salida; y comúnmente se llama nodo o unidad al elemento básico de información o computación (en el gráfico anterior se representan por cada círculo existente).

Cada nodo está interconectado con otras unidades, en el caso de la capa de entrada con las variables endógenas, en el caso de las capas ocultas y de salida con estímulos de otros nodos, tal como se muestra en el gráfico siguiente. Las interconexiones entre los diferentes nodos poseen un peso w asociado conocido como

peso sináptico, los cuáles se van modificando y actualizando en cada simulación de acuerdo al proceso de aprendizaje.

Gráfico 1.



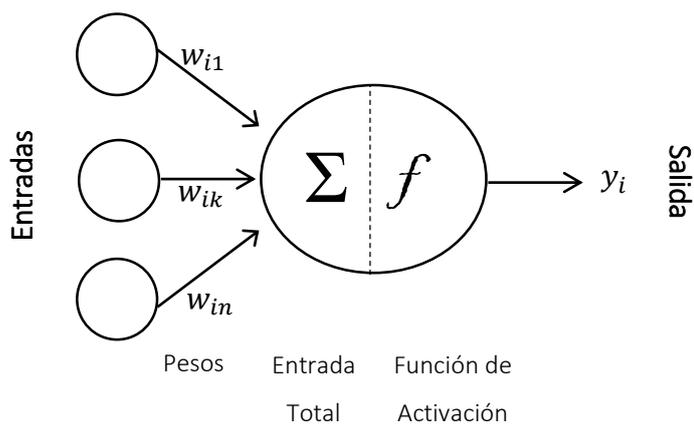
Fuente: Yegnanarayana (Artificial Neural Networks 2006)

Elaboración propia

Cada nodo evalúa la información de entrada realizando una suma ponderada de los estímulos de cada interconexión mediante los pesos, emitiendo como resultado a otras unidades información a través de una función conocida de activación o transferencia (Yegnanarayana 2006). En gráfico 2 se puede observar con facilidad el funcionamiento de un nodo específico.

Gráfico 2.

Modelo genérico de una neurona artificial



Fuente: López y Fernández (Las Redes Neuronales 2008)

Elaboración propia

La entrada total a cada unidad puede escribirse como

$$z_i = \sum_j w_{ij}x_j$$

donde w_{ij} es el peso sináptico entre las neuronas i y j ; y , x_j son los estímulos o entradas a la neurona i .

El valor de salida que se transmite a otras neuronas artificiales equivale a

$$y_i = f_i(z_i)$$

donde f representa la función de activación para esa neurona, y que es utilizada para transformar la entrada total z_i en el valor de salida y_i .

3.2.1 Funciones de transferencia

Dentro de las funciones de activación o transferencia más comunes tenemos la función lineal, logística, gaussiana y tangente hiperbólica:

Función lineal: $y_i = f_i(z_i) = z_i$

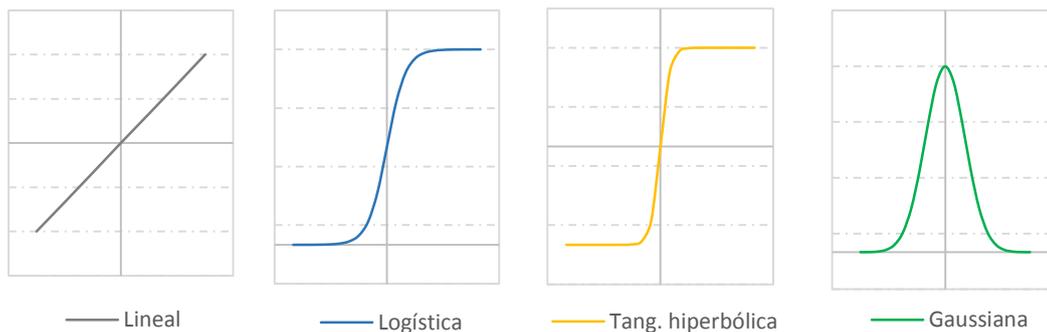
Función logística $y_i = f_i(z_i) = \frac{\exp(z_i)}{1 + \exp(z_i)}$

Función gaussiana: $y_i = f_i(z_i) = A \cdot \exp(-B \cdot z_i^2)$

F. tangente hiperbólica: $y_i = f_i(z_i) = \frac{\exp(z_i) - \exp(-z_i)}{\exp(z_i) + \exp(-z_i)}$

Gráfico 3.

Principales funciones de activación



Fuente: Mladenov, Palm y Appollini (Artificial Neural Networks and machine learning 2013)
Elaboración propia

3.3 Estructura de una red neuronal artificial

Se conoce como estructura de una red neuronal artificial a la organización y definición del número de unidades de procesamiento, conexiones y patrones de entrada

y salida. Se entiende como unidades de procesamiento a los nodos en sí, los que se encuentran distribuidos en una cantidad específica de capas en el sistema. A los nodos de una misma capa se aplica una sola función de activación para obtener el valor de salida. Las conexiones pueden hacerse desde los nodos de una capa a los nodos de otra (conexiones entre capas) o entre los nodos de una misma capa (conexiones intra capas). Además, las conexiones a través de las capas y entre las unidades dentro de una capa pueden ser de unidireccionales (alimentación) o a una manera de retroalimentación (bidireccional) (Reed y Marks 1999).

Determinar todos estos componentes es definir la arquitectura de la red neuronal artificial a utilizarse y dependerá del tipo de investigación que se desee realizar. Con estos alcances, la arquitectura de las redes depende principalmente de los siguientes parámetros: 1) el número de capas ocultas en la red, 2) el número de nodos por capa, 3) el tipo de conexión entre las unidades; y, 4) el grado de conectividad entre los nodos.

De acuerdo a lo mencionado, las arquitecturas de las redes pueden clasificarse en función de sus características más notables, siendo estas:

3.3.1 Según la estructura de capas

En esta clasificación se considera únicamente el criterio del número de capas en la red, por tal razón, se encuentra dos tipos de capas: redes monocapa que como su nombre lo indica posee una sola capa, en la cual existen conexiones intra capas (laterales) y conexiones autorrecurrentes (conexiones de los nodos así mismos); y, redes multicapa, que a diferencia de la anterior posee varias capas de neuronas, pudiendo existir todo tipo de conexiones entre las diferentes unidades de la red. En el gráfico 4 se puede distinguir a esta clasificación, siendo la red monocapa la estructura de la izquierda; y, la red multicapa la gráfica de la derecha (Priddy y Keller 2005).

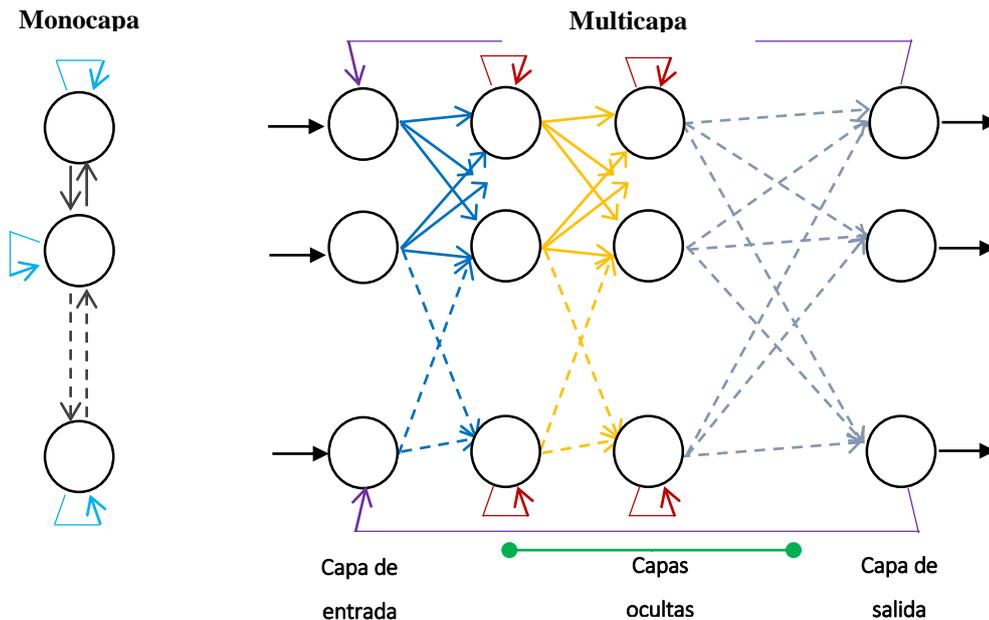
3.3.2 De acuerdo al tipo de conexión

Esta clasificación se aplica únicamente para las redes multicapa y se basa en la manera en que se conexionan sus capas. Se distinguen dos tipos de redes: unidireccionales (hacia adelante) en las que ninguna salida neuronal sirve de entrada para nodos de la misma capa o de capas precedentes, es decir, la información circula en un solo sentido, desde los nodos de la capa de entrada hacia las unidades de la capa

de salida, no permitiendo conexiones hacia atrás (líneas púrpuras), laterales (líneas anaranjadas) y autorrecurrentes (líneas rojas); y, las redes de propagación hacia atrás, que a diferencia de la anterior, si permite conexiones de capas hacia atrás y por tanto la información puede regresar a capas anteriores.

Gráfico 4.

Clasificación de las redes neuronales según la estructura de capas



Fuente: Mladenov, Palm y Apollini (Artificial Neural Networks and machine learning 2013)

Elaboración: el Autor

3.3.3 Clasificación de las redes de acuerdo al aprendizaje

Al mecanismo de actualización de los pesos sinápticos de las conexiones entre las diferentes unidades de procesamiento de la red se le conoce como aprendizaje. Es la evaluación que en cada simulación realiza la red neuronal para aprender de los patrones del fenómeno y plasmarlo a través del cambio en los pesos sinápticos. Este proceso es iterativo hasta que cumpla alguna regla de parada, que es por lo general la convergencia del valor de los pesos sinápticos o la minimización del error generado por la red.

El método utilizado por la red para estimar las ponderaciones sinápticas en cada paso de la simulación se le conoce como algoritmo de optimización, que usualmente es un procedimiento de métodos numéricos (Yegnanarayana 2006).

Existen principalmente dos tipos de aprendizaje: el supervisado y no supervisado.

Aprendizaje supervisado

Este aprendizaje es utilizado por las redes neuronales cuando se conoce la variable respuesta o salida de la red, y consiste en ir modificando los pesos sinápticos hasta que el procesamiento de la información de entrada se ajuste a la información de salida; en otras palabras, en cada simulación la red compara su salida estimada con su valor real correspondiente, y si existe diferencia ajusta nuevamente los pesos de la conexiones hasta llegar a minimizar el error cometido. Este tipo de aprendizaje es utilizado por ejemplo en la predicción de series de tiempo.

El tipo de aprendizaje supervisado más utilizado es el denominado por corrección del error. Se basa en la actualización de los pesos de las conexiones de las unidades de procesamiento hasta lograr disminuir el error cometido en la salida de la red. Usualmente, se evalúa una función que represente el error cometido, la cual es utilizada para la minimización matemática (Reed y Marks 1999). La función del error con mayor aplicación es la suma de errores al cuadrado, al considerar la magnitud global de éste durante el proceso completo de aprendizaje, de la siguiente manera:

$$Error = \sum_k^p \sum_j^m (y_j^k - \hat{y}_j^k)^2$$

donde p es el número de capas que debe evaluar la red y m el número de neuronas de salida. La generalización de esta metodología se constituye en el denominado algoritmo de retropropagación del error, o conocido también como backpropagation, que emplea como mecanismos de ajuste de los pesos de la red las siguientes expresiones:

$$\Delta w_{ij} = \alpha \cdot \delta_j^0 \cdot x_i = \alpha \cdot [(\hat{y}_j - y_j) \cdot y_j \cdot (1 - y_j)] \cdot x_i \text{ si } j \text{ es una neurona de salida}$$

$$\Delta w_{ij} = \alpha \cdot \delta_j^h \cdot x_i = \alpha \cdot [\sum_k \delta_k^0 \cdot w_{jk} \cdot y_j \cdot (1 - y_j)] \cdot x_i \text{ si } j \text{ es una neurona oculta}$$

donde k son las neuronas de la capa inmediatamente superior a la neurona j .

Aprendizaje no supervisado

Es utilizado principalmente en los problemas de segmentación o clasificación. A diferencia del aprendizaje supervisado, en éste no se requiere o no se dispone de antemano de la información de salida para ajustar los pesos sinápticos, por lo que se

deja a la red clasificar los patrones en función de las características comunes de la información de entrada. La red identifica patrones comunes en la información de entrada (categorías, correlaciones, atributos, etc.) para proseguirlos a agrupar según su similitud. El resultado dependerá si verdaderamente existen patrones dentro de la información de entrada (Hinton y Sejnowski 1999).

Tabla 1.

Principales redes con aprendizaje no supervisado

Modelo de red		
Aprendizaje hebbiano	Off-line	Hopfield
		Learning Matrix
		Temporal Associative Memory
		Linear Associative Memory (LAM)
		Optimal LAM
		Drive - Reinforcement
		Fuzzy Associative Memory
		Redes PCA
Aprendizaje competitivo	On-line	Additive Grossberg
		Shunting Grossberg
		Bidirectional Associative Memory
		Adaptive BAM
	Off-line	Learning Vector Quantizer
		Cognitrón/Neocongrón
	On-line	Self organising feature map
		Adaptive Resonance Theory

Fuente: Yegnanaraya (Yegnanarayana 2006)

Elaboración propia

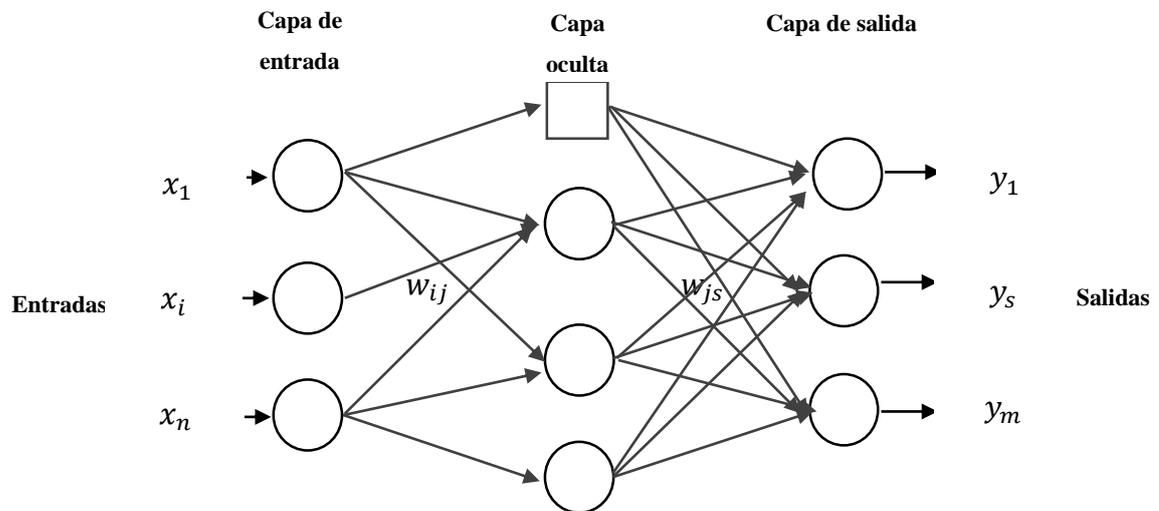
Dentro del aprendizaje no supervisado, el de mayor reconocimiento es el aprendizaje competitivo. En éste, como su nombre lo indica, las unidades de procesamiento compiten entre sí para representar un patrón de entrada; y, la forma como lo hacen es mediante la disminución (aporte) de las otras neuronas, logrando que los pesos de la unidad sobresaliente se asemejen cada vez más al patrón identificado por la red. El otro tipo de aprendizaje es el hebbiano, el cual se basa en la correlación entre las salidas generadas de cada neurona para fijar los pesos sinápticos (Yegnanarayana 2006). En la tabla 1 se puede apreciar las principales redes con aprendizaje no supervisado.

3.4 Perceptrón Multicapa

El perceptrón multicapa es una red que está conformada por una capa de entrada y una de salida, y una o más capas ocultas. La función de las capas ocultas es transformar la información de entrada permitiendo obtener variables de salida que sean linealmente independiente entre sí. Las conexiones entre las diferentes unidades de procesamiento son unidireccionales, es decir, la capa entrada se conecta con la primera capa oculta y ésta con la siguiente y la última capa oculta se conecta con la capa de salida, no permitiendo conexiones laterales ni hacia atrás. Por tanto, la información se transmite desde la capa de entrada hacia la capa de salida. En la literatura existente, se menciona que para la mayoría de problemas bastará con una sola capa oculta (Reed y Marks 1999). En la gráfica siguiente se ejemplifica un perceptrón formado por una capa oculta, una oculta y una de salida.

Gráfico 5.

Perceptrón formado por una capa oculta



Fuente: Reed y Marks (Neural Smithing: Supervised learning in feedforward artificial neural networks 1999)

Elaboración propia

donde w_{ij} es el peso de la conexión entre la unidad de entrada i y la neurona j de la capa oculta, y; w_{js} es el peso sináptico entre la neurona j de la capa oculta y la unidad s de la capa de salida.

El funcionamiento del perceptrón consiste en, dado un patrón p de información $x_1^p, x_2^p, \dots, x_n^p$ para la capa de entrada, éste se transmite a través de los pesos sinápticos

w_{ij} que conectan las capas de entrada y oculta. Los nodos de la capa oculta transforman la información recibida por medio de una función de activación, suministrando un valor de salida. Con este valor se realiza el mismo procedimiento y operación, salvo que se utiliza los pesos w_{js} para transmitir la información hacia la capa de salida, contribuyendo estas neuronas con la salida de la red (Matich 2001).

Matemáticamente, este procedimiento se expresa como sigue:

La información neta recibida por una neurona j de la capa oculta es,

$$neta_j^p = \sum_i^N w_{ij} x_i^p + \theta_j$$

donde θ_j es el valor de una neurona ficticia que se comporta como una constante en la evaluación.

El valor de salida z_j^p del nodo j de la capa oculta, que sirve como entrada para las neuronas de la capa de salida, finalmente se obtiene aplicando una función de activación sobre su entrada neta, comúnmente de las enlistadas en los apartados anteriores:

$$z_j^p = f(neta_j^p)$$

Similar ocurre con el procesamiento de información en una neurona s de la capa de salida, donde la información neta recibida $neta_s$ se define como:

$$neta_s^p = \sum_i^H w_{js} z_j^p + \theta_s$$

siendo el valor de salida \hat{y}_s^p de la neurona s

$$\hat{y}_s^p = f(neta_s^p)$$

Dado que en cada paso p se debe evaluar la red, se utiliza alguna función del error generado por la red neuronal, siendo la más utilizada la siguiente:

$$Error^p = \frac{1}{2} \sum_1^M (\hat{y}_s^p - y_s^p)^2$$

con la cual se puede construir una medida general del error, siendo esta:

$$E = \sum_1^P Error^p$$

Uno de los algoritmos utilizados para la actualización de los pesos es el gradiente conjugado; se recuerda que en estadística se utiliza el término de gradiente al referirse al vector de primeras derivadas de una función. Con esta aclaración, el

gradiente de $Error^p$ es el vector de las derivadas parciales de $Error^p$ con respecto a los diferentes pesos sinápticos. Por propiedades de las derivadas, el gradiente toma la dirección que determina el incremento más rápido en el error, mientras que la dirección opuesta, es decir, la dirección negativa, determina el decremento más rápido en el error (Priddy y Keller 2005). Por tanto, el error puede reducirse ajustando cada peso en la dirección:

$$-\sum_{p=1}^P \frac{\partial Error^p}{\partial w_{ij}}$$

A nivel práctico, la forma de modificar los pesos de forma iterativa consiste en aplicar la regla de la cadena a la expresión del gradiente y añadir una tasa de aprendizaje η . Así, en una neurona de salida:

$$\Delta w_{js}(n+1) = -\eta \frac{\partial Error^p}{\partial w_{js}} = \eta \sum_{p=1}^P \delta_s^p y_s^p$$

donde

$$\delta_s^p = (\hat{y}_s^p - y_s^p) \cdot f'(neta_s^p)$$

y n es el número de interacción, mientras que en la capa oculta se tiene,

$$\Delta w_{ij}(n+1) = \eta \sum_{p=1}^P \delta_j^p x_i^p$$

donde

$$\delta_j^p = f'(neta_j^p) \sum_{s=1}^P \delta_k^p w_{js}$$

Con esta deducción, se entiende porque el algoritmo también se llama como propagación del error hacia atrás (backpropagation), puesto que en la ecuación anterior, el error asociado a un nodo j de la capa oculta se expresa por la suma de los errores que se cometen en las s neuronas de salida que tienen como entrada el resultado de esa neurona oculta j . Para la modificación de los pesos, la actualización se realiza después de haber presentado todos los patrones de entrenamiento. Este es el modo habitual de proceder y se denomina aprendizaje por lotes. Otra modalidad denominada aprendizaje en serie o modo on line consistente en actualizar los pesos tras la presentación de cada patrón de entrenamiento.

Capítulo cuarto

Predicción de los depósitos de una institución financiera utilizando modelos ARIMA

4.1 Descripción

Como ya se mencionó anteriormente, para el correcto funcionamiento de una institución financiera y para el cumplimiento de las normas dispuestas por el organismo de control, se debe implementar un sistema de alertas tempranas, o en el peor de los casos un plan de continuidad y contingencia para la gestión del riesgo de liquidez. Dentro de este sistema de gestión se encuentra la necesidad de conocer a futuro el comportamiento de los depósitos de los clientes, para conocer el capital o dinero necesario que las entidades bancarias necesitan tener para los retiros futuros de sus depositantes en un intervalo de tiempo.

El desconocimiento del comportamiento futuro de esta importante variable, motiva a la búsqueda de metodologías de pronóstico eficientes que permitan contar con estimaciones de la mayor precisión posible.

Dada la importancia, en este capítulo se utiliza la metodología clásica de series de tiempo conocida como modelos ARIMA en la elaboración de predicciones de la variable mencionada, continuando en el siguiente capítulo con el uso de la metodología de Redes Neuronales Artificiales para estimar las fuentes de fondeo o depósitos y por último, en el capítulo 6 se combinarán ambas metodologías para mejorar la predicción. La aplicación de la metodología ARIMA para la estimación de los depósitos de la entidad bancaria consiste en encontrar un modelo que explique la dependencia existente entre los propios datos de la serie temporal, de tal manera que permita proyectar valores futuros a corto y mediano plazo utilizando los datos anteriores (rezagos) de la propia serie.

Se harán las pruebas necesarias para conocer y concluir cuál es el modelo más eficiente, de un conjunto de modelos construidos bajo esta metodología, para la proyección de esta variable.

Para cumplir con uno de los objetivos de esta investigación, la variable a ser analizada corresponde a las fuentes de fondeo, las cuales están definidas por el organismo de control a través de la normativa de liquidez estructural, siendo éstas: los depósitos a la vista, a plazo, en garantía y depósitos restringidos. La institución

financiera analizada ha pedido reserva y confidencialidad de la información, por tal razón, no es posible detallar el nombre de la misma. La serie está conformada por información diaria de los saldos contables desde enero de 2011 hasta febrero de 2015. Sin embargo, para fines de validación se reserva el periodo del 2015 como muestra de backtesting, para medir la calidad de precisión de las proyecciones. Para encontrar el modelo de series de tiempo clásico, se utiliza el paquete estadístico EViews, desarrollado originalmente por *Quantitative Micro Software (QMS)*, siendo uno de los principales softwares del análisis econométrico. Entre las ventajas que posee, es la interfaz gráfica lo que le permite ser de fácil uso por parte del usuario.

4.2 Predicción con modelos ARIMA

En este apartado se sigue la metodología de Box y Jenkins para obtener un modelo eficiente que permita la predicción de la serie analizada. Las fases que se deben considerar y que se detallan a continuación se pueden englobar en tres: Identificación, Estimación y Validación.

4.2.1 Identificación, estimación y validación del modelo

Para la etapa de identificación del modelo ARIMA, es aconsejable realizar una inspección gráfica de la serie analizada. Siendo así, se observa que la evolución de las obligaciones con el público desde el año 2011 está marcada por una clara tendencia creciente (Gráfico 6). De esta ilustración, se puede concluir que es necesario una transformación logarítmica a la serie para mantener constante la volatilidad a lo largo del periodo analizado.

Gráfico 6.

Evolución histórica de los depósitos (en millones de dólares)



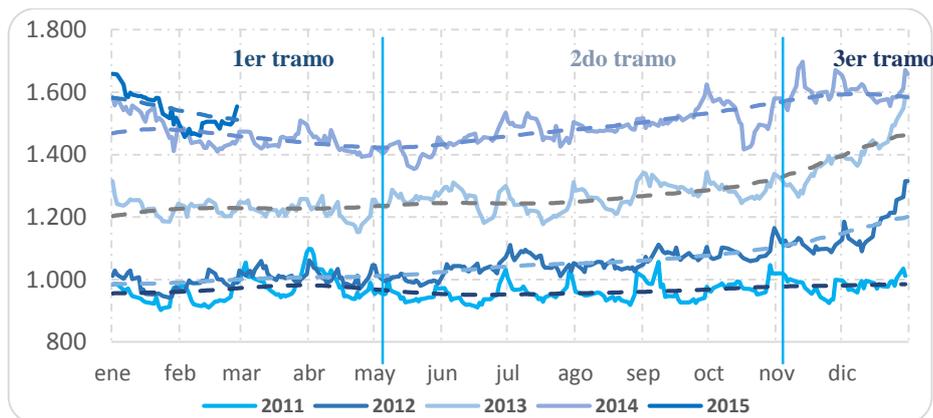
Fuente: Institución financiera

Elaboración propia

Sin embargo, al observar las curvas anuales sobrepuestas se puede apreciar una característica común en los años analizados: un leve decrecimiento o estabilidad en los meses iniciales, seguido por un periodo de crecimiento, y por último; un crecimiento acelerado en los últimos días del año, dando un indicio que la serie se divide en tres tramos y por ende una sospecha de estacionalidad anual (Gráfico 7).

Gráfico 7.

Curvas anuales de los depósitos (en millones de dólares)



Fuente: Institución financiera

Elaboración propia

Para tener ideas claras sobre el comportamiento habitual de los depósitos, a continuación se descompone la serie en sus componentes tendencial y estacional por medio del filtro de Hodrick – Prescott⁵. Una vez realizado esta descomposición, al analizar el componente estacional de la serie, se puede observar que en la mayoría de los meses ésta se comporta como una curva convexa, es decir, decrece en los primeros días (posiblemente las dos primeras semanas) para cerrar en cada mes con una clara tendencia creciente tal como se muestra en el gráfico 8; indicando indicios de estacionalidad mensual.

Con estos hallazgos, se puede concluir que la serie no es estacionaria; sin embargo, para confirmar esta hipótesis se estima las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial a través de un correlograma (gráfico 9). En este gráfico se

⁵ El filtro de Hodrick-Prescott es un método estadístico utilizado para obtener los componentes de tendencia y ciclicidad de una serie temporal. En sí, el método encuentra la tendencia de largo plazo de la serie analizada y se basa en minimizar la siguiente función:

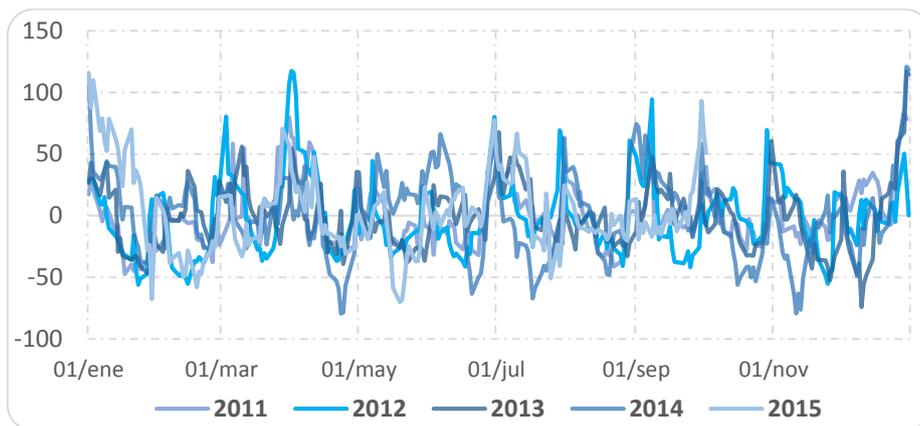
$$\sum_{t=1}^T (y_t - s_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} ((s_{t+1} - s_t) - (s_t - s_{t-1}))^2$$

donde s_t representa la tendencia. El parámetro λ controla el suavizamiento de la serie y sirve para penalizar variaciones en la tasa de crecimiento del componente tendencial.

observa que la función de autocorrelación decrece lentamente hacia cero mientras que la función de autocorrelación parcial dispone de rezagos fuera de las bandas de confianza, siendo indicadores claros que la serie de las obligaciones con el público no es estacionaria en media.

Gráfico 8.

Componente estacional de la serie de los depósitos



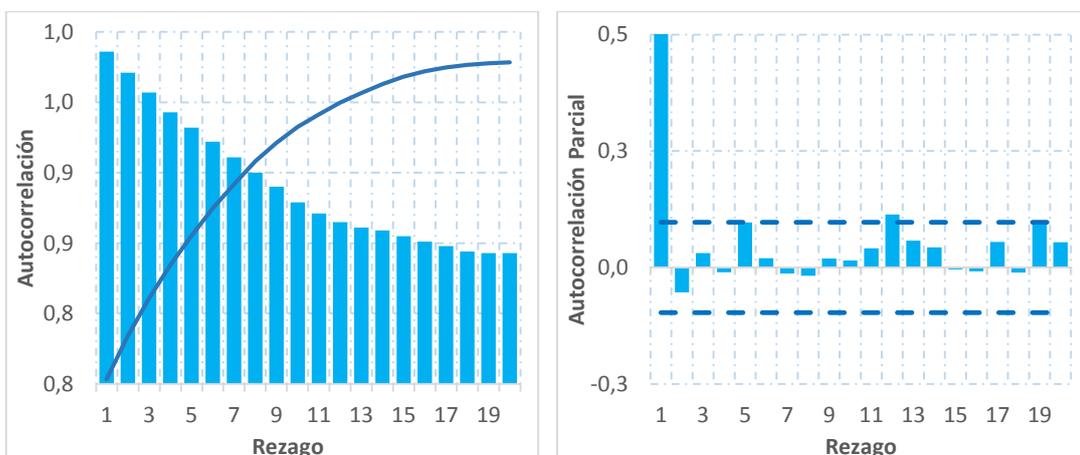
Fuente: Institución financiera

Elaboración propia

Con este resultado, es necesario aplicar la primera diferencia a la serie analizada para convertirla en estacionaria. De acuerdo a la literatura existente, la gran mayoría de las variables financieras necesitan ser diferenciadas una vez para transformarlas a estacionarias.

Gráfico 9.

Correlograma de los depósitos



Fuente: propia

Elaboración: El autor

Es por esta razón que se realiza la prueba de Dickey Fuller Aumentado⁶ de raíces unitarias para conocer el orden de diferenciación, rechazándose la hipótesis nula de una raíz unitaria para la primera diferencia, por tal razón, se concluye que la serie de las obligaciones con el público se vuelve estacionaria al aplicar su primera diferencia (tabla 2). Una vez determinado el orden del parámetro $d = 1$, se prosigue a identificar los posibles modelos que expliquen el comportamiento de la variable analizada, los cuales se construyen basados en la metodología de Box y Jenkins, debiéndose analizar las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial de la serie diferenciada para determinar los órdenes de la parte autorregresiva p y de medias móviles q .

Tabla 2.

Test de raíces unitarias - primera diferencia depósitos

Augmented Dickey - Fuller Unit Root Test on D(Depositos)

ADF Test Statistic	-11,90	1% Critical Value*	-3,45
		5% Critical Value	-2,87
		10% Critical Value	-2,57

***MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.**

Fuente: propia

Elaboración: El autor

Una vez identificado estos parámetros, se comprueba que los errores no presenten autocorrelación de ningún orden al mismo tiempo que los coeficientes sean estadísticamente significativos. Para encontrar el modelo que mejor se ajusta a la serie analizada, se comparan tres modelos alternativos, siendo seleccionado un modelo ARIMA(2,0,1)×(3,0,0); puesto que satisface los criterios de información de Akaike, Schwarz, log verosimilitud y minimización de la suma de residuos al cuadrado, tal como se muestra en la tabla 3.

Tabla 3.

Criterios de selección modelos ARIMA

	1er Modelo	2do Modelo	3er Modelo
Suma de residuos al cuadrado	0,0812	0,0828	0,0851
Func. de máxima verosimilitud	1544,44	1535,79	1528,73
Criterio de información de Akaike	-5,9019	-5,8838	-5,8605
Criterio de información de Schwarz	-5,8447	-5,8347	-5,8196

Fuente: propia

Elaboración: El autor

⁶ Ver Anexo

Como se observa en la tabla anterior, el primer modelo minimiza la suma de residuos al cuadrado, y los criterios de Akaike y Schwarz; y, maximiza la función de máxima verosimilitud; razones por las cuales se selecciona a éste como el de mayor precisión. El modelo encontrado, se ajusta de mejor manera a la serie analizada y cumple satisfactoriamente todos los supuestos y requisitos necesarios sobre los errores y coeficientes. En la tabla 4 se puede observar la significancia individual y grupal de los coeficientes.

Tabla 4.

Estimación del modelo ARIMA

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	7,8709	0,4598	17,1173	0,0000
AR(1)	0,9479	0,0127	74,7298	0,0000
AR(253)	0,0405	0,0104	3,8938	0,0001
SAR(20)	0,1226	0,0419	2,9259	0,0036
SAR(43)	0,1483	0,0426	3,4800	0,0005
SAR(66)	0,1867	0,0427	4,3743	0,0000
MA(4)	-0,1691	0,0008	-219,77	0,0000
R-squared	0,9826	Mean dependent var		7,2268
Adjusted R-squared	0,9824	S.D. dependent var		0,0946
S.E. of regression	0,0126	Akaike info criterion		-5,9019
Sum squared resid	0,0812	Schwarz criterion		-5,8447
Log likelihood	1544,44	F-statistic		4828,3
Durbin-Watson stat	1,9873	Prob(F-statistic)		0,0000

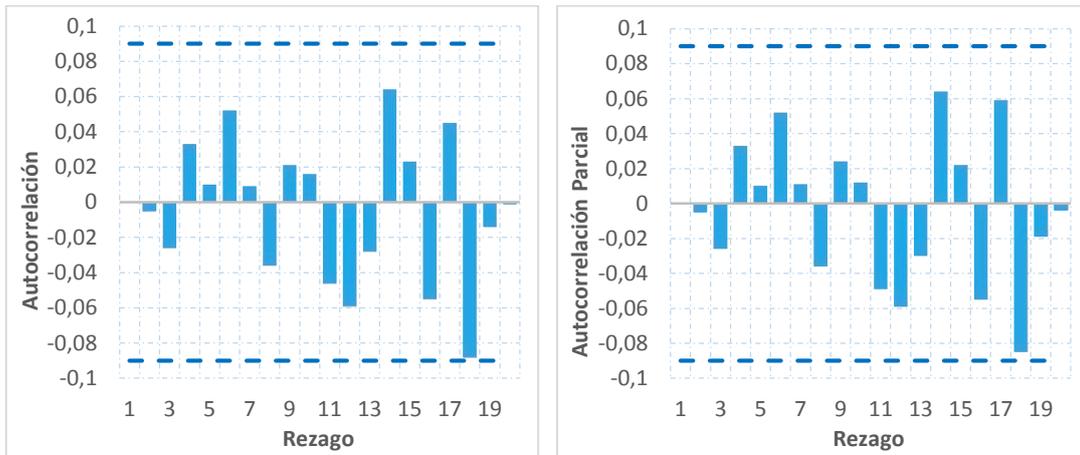
Fuente: propia

Elaboración: El autor

También es importante verificar que los errores del modelo se asemejen al comportamiento de un ruido blanco. Para comprobar que los errores no se encuentren autocorrelacionados se utiliza, a través de un correlograma las funciones de autocorrelación y autocorrelación parcial. Al visualizar en el gráfico 10 se encuentra que las funciones están dentro del intervalo de confianza (que contiene al 0), por lo que se concluye que los errores no se encuentran autocorrelacionados. Sin embargo, se comprueba esta hipótesis por medio del test de Dickey Fuller, utilizando la serie de los errores generados por el modelo ARIMA seleccionado (tabla 5), y en la cual estadísticamente se puede concluir que los errores no están autocorrelacionados. Además, en el anexo No 1 se puede verificar la prueba gráfica sobre las raíces de los polinomios característicos de los esquemas autorregresivos y de medias móviles, para conocer si son estacionarios e invertibles, respectivamente.

Gráfico 10.

Correlograma de los residuos modelo ARIMA



Fuente: propia
Elaboración: El autor

Tabla 5.

Test de raíces unitarias-errores del modelo ARIMA

Augmented Dickey - Fuller Unit Root Test on Res1

ADF Test Statistic	-9,99	1% Critical Value*	-2,57
		5% Critical Value	-1,94
		10% Critical Value	-1,62

***MacKinnon critical values for rejection of hypothesis of a unit root.**

Fuente: propia
Elaboración: El autor

Siendo así, la ecuación del modelo se especifica como

$$\begin{aligned} \hat{y}_t = & 7,87 + \alpha_1 y_{t-1} - \alpha_2 y_{t-2} + \alpha_3 y_{t-20} - (\alpha_3 - \alpha_1 \alpha_3) y_{t-21} + \alpha_1 \alpha_3 y_{t-22} \\ & + \alpha_4 y_{t-43} - \alpha_4 y_{t-44} - \alpha_1 \alpha_4 y_{t-44} + \alpha_1 \alpha_4 y_{t-50} + \alpha_5 y_{t-66} \\ & - (\alpha_5 + \alpha_1 \alpha_5) y_{t-67} + \alpha_1 \alpha_5 y_{t-68} + \alpha_2 y_{t-253} - \alpha_2 y_{t-254} \\ & - \alpha_2 \alpha_3 y_{t-273} + \alpha_2 \alpha_3 y_{t-274} - \alpha_2 \alpha_4 y_{t-296} + \alpha_2 \alpha_4 y_{t-297} \\ & - \alpha_2 \alpha_5 y_{t-319} + \alpha_2 \alpha_5 y_{t-320} + e_t \end{aligned}$$

donde: \hat{y}_t es la serie de los depósitos o fuentes de fondeo de la institución financiera,
 y_{t-k} es el k -ésimo rezago de la serie mencionada, y;
 e_t es el error del modelo.

Este modelo indica que, en un día cualquiera, los depósitos en esta institución financiera dependen del comportamiento reciente (rezagos de 1 y 2 días) hasta información de larga historia (319 y 320 días) de su propia serie.

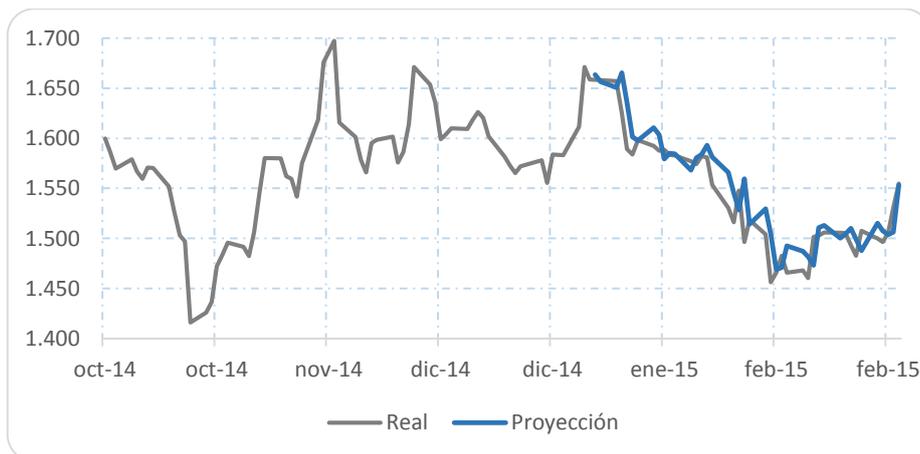
4.2.2 Predicción de los depósitos utilizando un modelo ARIMA

Para realizar predicciones de las obligaciones con el público en la institución financiera analizada, se utiliza la ecuación detallada anteriormente. Se proyecta el periodo enero – febrero 2015 con el fin de poder comparar con los datos reales de la serie (periodo correspondiente a la muestra de backtesting). Estos resultados se pueden visualizar en el gráfico 11, en el cual se observa que el modelo captura eficientemente la tendencia del comportamiento real de la serie analizada.

Posteriormente, este modelo ARIMA será comparado con otros dos modelos propuestos: el primero basado en Redes Neuronales y el segundo en un modelo híbrido; y en términos de eficiencia se verificará cuál de estos tres es más preciso en la proyección de las obligaciones con el público. Como un adelanto, se cuantifica tres indicadores de la calidad del modelo fuera de la muestra de construcción. Siendo así, se estima la suma de errores al cuadrado, el error medio absoluto y la desviación estándar del error (tabla 6).

Gráfico 11.

Backtesting modelo ARIMA



Fuente: Institución financiera y propia
Elaboración propia

En este caso, se observa que el error medio absoluto del pronóstico del modelo ARIMA es del 1,07%; que representa un poco más de US \$ 16 millones en un

portafolio de US \$ 1.550 millones. En términos generales, se podría decir que es un margen de error aceptable del modelo; sin embargo, para la institución bancaria no es tolerable por la cantidad de dinero diario adicional que representa manejar un error de esta magnitud, lo que ocasiona altos costos de oportunidad.

Tabla 6.

Indicadores del error en el modelo ARIMA (backtesting)

	Suma errores al cuadrado	Error medio absoluto	Desviación Estándar
Modelo ARIMA	0,86%	1,07%	1,30%

Fuente: propia

Elaboración: El autor

4.3 Resultados

En este capítulo, para la modelación de los depósitos de la institución financiera se utiliza la metodología ARIMA. Los modelos encontrados satisfacen los supuestos y requisitos necesarios para considerarlos como válidos, sin embargo, se selecciona el modelo que minimiza: la suma de residuos al cuadrado, y los criterios de Akaike y Schwarz, y maximiza la función de verosimilitud. El modelo seleccionado captura adecuadamente el comportamiento de la serie analizada por lo que puede ser utilizado como herramienta de predicción de las obligaciones con el público.

Dentro de la identificación del modelo, se encuentra que éste tiene componentes autorregresivos y de medias móviles tanto en su parte regular como estacional. El modelo seleccionado explica que en el corto plazo, los depósitos dependen del día anterior, así como de rezagos de 1, 2, y 3 meses aproximadamente (datos diarios de 5 días por semana); mientras que el rezago de 253 días explica el comportamiento de largo plazo.

En la validación del modelo, existe significancia tanto individual como grupal de los coeficientes de los rezagos encontrados en el modelo. Además, satisface las pruebas sobre los errores de no presencia de autocorrelación, validándose propiedades necesarias del modelo.

El error promedio es de US \$ 16 millones, lo que significa un margen de error del 1,07%; que si bien para el investigador significa una buena aproximación de la serie analizada, por su magnitud no es aceptable para la institución financiera.

Este modelo será comparado con otros dos modelos propuestos en los siguientes capítulos, que se basan en la metodología de Redes Neuronales Artificiales y una unificación con esta metodología ARIMA; y en términos de eficiencia se verificará cuál de éstos tres es más preciso en la proyección de las obligaciones con el público.

Capítulo quinto

Predicción de los depósitos con redes neuronales artificiales

5.1 Descripción

En este capítulo se pone en práctica los conocimientos del tercer capítulo de esta investigación, al utilizar las Redes Neuronales Artificiales en la predicción de la serie de los depósitos de la entidad bancaria analizada. Cabe mencionar que se pone en manifiesto los resultados de investigaciones realizadas anteriormente, en las cuales mencionan que las Redes Neuronales disponen de mejores bondades en temas de predicción en comparación a los modelos ARIMA.

Siendo así, en este apartado se proporciona un modelo basado en Redes Neuronales Artificiales para la predicción de las fuentes de fondeo o depósitos. Se realizan diferentes ejercicios, cambiando las topologías de la red, y las funciones de activación de las capas, siendo a la final seleccionada la red que es más eficiente, en términos del error.

Para cumplir con este objetivo, al igual que en el modelo ARIMA, se utiliza la misma serie temporal de los depósitos comprendida entre enero de 2013 y febrero de 2015; siendo el periodo 2013-2014 utilizado como muestra de construcción y el restante, 2015, utilizado exclusivamente como muestra de backtesting. La arquitectura de red utilizada es el Perceptrón Multicapa ya que posee dentro de la bibliografía mayor aceptación, además por ser de fácil uso y aplicabilidad en comparación a la arquitectura de Base Radial. Al contrario que en el capítulo anterior, para el desarrollo de la metodología de redes neuronales se utiliza el software *IBM SPSS*, paquete ampliamente utilizado en la estadística para desarrollar modelos multivariantes, clusterización de clientes, identificación de patrones, etc.

Existe diversas definiciones que deben ser asumidas a lo largo de la modelación de la serie temporal, como es por ejemplo el proceso de entrenamiento, el número de capas ocultas y de cuántos nodos están compuestas, las funciones de activación entre cada capa, etc. Dada la escasa experiencia o información de la aplicación en similares investigaciones, estos parámetros serán determinados por prueba y error; es decir, serán seleccionados aquellos que permitan reducir el error de la red neuronal.

5.2 Predicción con Redes Neuronales Artificiales

5.2.1 Estructura de la Red Neuronal Artificial

Tal como se ha comentado en la parte introductoria, se prueban varias redes combinando estructuras, número de capas ocultas, funciones de activación y nodos en la capa oculta, y al finalizar se selecciona una red que minimice los errores de estimación de los depósitos de la institución financiera.

Para iniciar con este modelamiento, una definición muy importante y clave en la investigación es determinar que variables serán utilizadas para estimar el comportamiento de la serie de los depósitos. Para lograr la comparación con los modelos ARIMA, cuya característica es que la metodología es univariante, es decir, depende de la información anterior de la propia serie para pronosticar sus valores futuros, se decide no utilizar información exógena a la propia serie de los depósitos. Al existir incertidumbre de que rezagos utilizar como variables de entrada, se decide utilizar aquellos que resultaron significativos en los modelos ARIMA; no únicamente del modelo seleccionado sino de los tres modelos probados, siendo estos los siguientes:

$$y_{t-1}, y_{t-4}, y_{t-12}, y_{t-16}, y_{t-18}, y_{t-20}, y_{t-21}, y_{t-22}, y_{t-24}, y_{t-30}, y_{t-43}, y_{t-44}, y_{t-47}, \\ y_{t-55}, y_{t-66}, y_{t-67}, y_{t-70}, y_{t-78}, y_{t-253}, y_{t-273}, y_{t-296}, y_{t-319}$$

Continuando con las definiciones, es necesario segmentar la muestra de construcción en dos sub muestras; una para el entrenamiento de la red y una segunda de testeo. Esta segmentación se realiza aleatoriamente, parametrizando que la sub muestra de entrenamiento sea el 70% de la muestra de construcción.

Dado que no existe un método determinado para la selección del número de capas ocultas y el número de nodos en cada una de éstas, se determina estos parámetros por prueba y error, es decir, se selecciona la estructura de la red neuronal que minimice los indicadores de los errores (mayor precisión en la predicción). Para la identificación del número de capas ocultas, y dado que el número excesivo de éstas puede generar ruido, se compara los resultados obtenidos (indicadores de la calidad de la red) al generar hasta dos capas ocultas, cuyos resultados se puede observar en la tabla 7. En este caso, para que sean comparables los resultados, se deja que el software utilizado calcule automáticamente el número de nodos en cada capa y las funciones de activación.

Tabla 7.

Error en redes neuronales de 1 y 2 capas ocultas

No. Capas Ocultas	Suma errores al cuadrado	Error medio absoluto
1 capa	21,3%	13,2%
2 capas	27,8%	38,7%

Fuente: propia

Elaboración: El autor

Como se puede observar, tanto la suma de errores al cuadrado como el error medio absoluto (indicadores sobre la calidad de la red) son menores al utilizar una capa oculta. Con estos resultados, para proseguir con la identificación de la estructura de la red, se utiliza una sola capa oculta.

En adelante, se realiza el mismo procedimiento para la definición del número de nodos de la única capa oculta. Para cumplir con este objetivo, se efectúa numerosos ejercicios cambiando el número de nodos y se selecciona la red neuronal que minimice el error. Al igual que en la etapa anterior, se deja al software que defina automáticamente las funciones de activación tanto de la capa oculta como de la capa de salida. Tal como se muestra en la tabla 8, el número de nodos que se ponen a prueba alcanzan los 50.

Tabla 8.

Errores de redes al modificar el número de nodos

No. Nodos	Suma Errores al Cuadrado	Error medio Absoluto
2	32,3%	51,6%
⋮	⋮	⋮
40	12,3%	28,3%
41	16,0%	19,4%
42	11,0%	39,7%
43	11,3%	14,4%
44	10,0%	13,0%
45	16,8%	13,4%
46	25,4%	19,0%
47	29,6%	18,2%
48	15,4%	27,6%
49	9,7%	15,9%
50	9,6%	13,2%

Fuente: propia

Elaboración: El autor

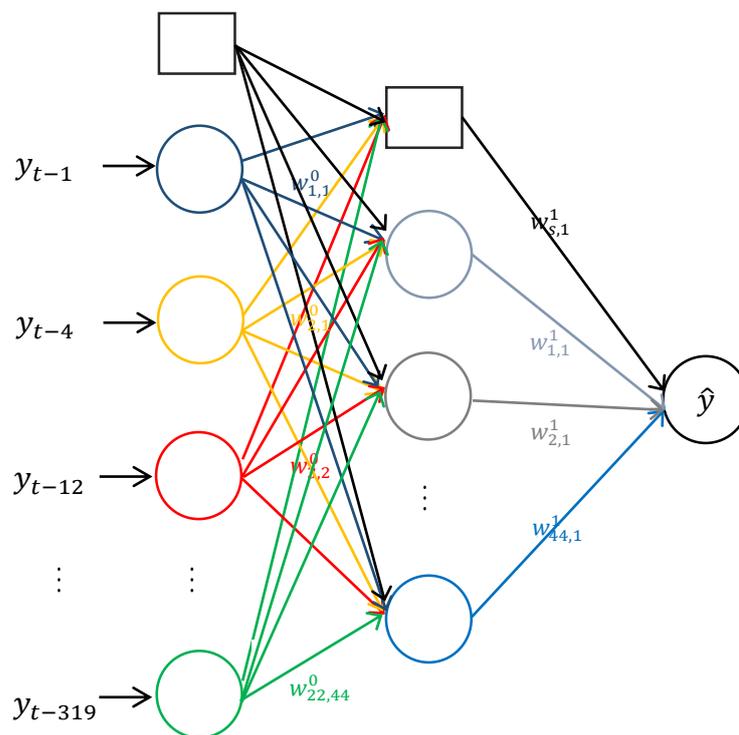
Si bien se observa que las redes con número de nodos 49 y 50 poseen mínima suma de residuos al cuadrado, se elige la red con 44 nodos. Dos razones para esta

decisión: el error medio absoluto es menor, y; con la red con 50 nodos se gana únicamente 0,4% en suma de errores al cuadrado y considerando el criterio de parsimonia no es una ganancia importante. La estructura final de la red a construirse se observa en la gráfica 12, y está conformada por: 22 rezagos de los depósitos utilizados como variables de entrada, 44 nodos de la única capa oculta; y, la salida de la red neuronal que es la estimación de las obligaciones con el público.

Por último, conociendo que para la estimación de las obligaciones con el público basta con una capa oculta; y que el número de nodos en esta es de 44; falta la definición de las funciones de activación. Para esto, se prueba todas las posibles combinaciones entre diferentes funciones, y se selecciona como en los apartados anteriores aquella combinación que minimice el error de la red neuronal (tabla 9).

Gráfico 12.

Estructura de la red neuronal identificada – depósitos



Fuente: propia
Elaboración: El autor

Como se observa, la combinación que minimiza la suma de errores al cuadrado y el error medio absoluto es la que utiliza la función logística tanto para la capa oculta como para la de salida.

Tabla 9.

Errores de las redes al modificar las funciones de activación

Función – Capa Oculta	Logística	Logística	T. Hiperbólica	T. Hiperbólica
Función – Capa de Salida	Logística	T. Hiperbólica	Logística	T. Hiperbólica
Suma errores al cuadrado	10,0%	95,4%	33,4%	107,5%
Error medio absoluto	0,6%	1,4%	2,0%	1,6%

Fuente: propia

Elaboración: El autor

5.2.2 Método de aprendizaje

Las redes neuronales de perceptrones multicapa son tipos de red de aprendizaje supervisado. En esta aplicación, en cada paso, se actualiza las ponderaciones sinápticas de las conexiones al evaluar todos los registros de la muestra de entrenamiento, convirtiéndose en un proceso iterativo que finaliza hasta que se cumpla alguna de las reglas de parada. A este tipo de entrenamiento se lo conoce como entrenamiento por lote ya que utiliza la información de todos los registros de la muestra de entrenamiento. Éste es aconsejable utilizarlo para muestras pequeñas. La regla de parada utilizada en esta investigación es que no exista disminución del error en 100 pasos consecutivos de la simulación, mientras que el algoritmo de optimización utilizado es el Gradiente Conjugado Escalado.

La arquitectura de la red seleccionada está compuesta por una capa oculta con 44 nodos, con funciones de activación logística tanto para la capa oculta como para la de salida, el algoritmo de optimización es el gradiente conjugado escalado y se utiliza el entrenamiento por lote, donde se dedica el 70% de la muestra de construcción como sub muestra de entrenamiento y el restante como sub muestra de testeo.

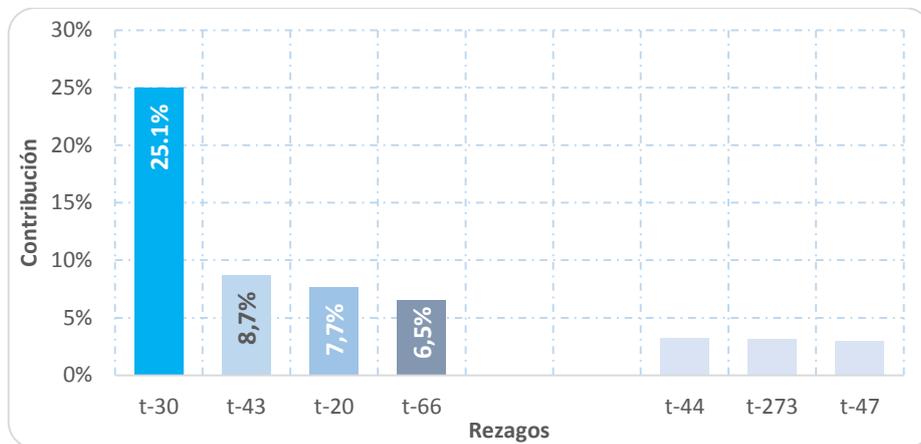
Conocida la estructura de la red, se prosigue a estimar la serie de los depósitos. Para información sobre los pesos sinápticos estimados por la red neuronal, tanto de la capa de entrada como de la capa de salida, favor dirigirse al anexo de este trabajo.

Construida la red neuronal que minimiza el error de estimación de las obligaciones con el público, se prosigue a analizar la importancia de los rezagos (variables) en esta estimación, siendo presentado este análisis en el gráfico 13. Se

observa que el rezago más influyente sobre los depósitos estimados es el de 30 días y contribuye un 25,1%. Los rezagos que continúan con mayor importancia son los de 43 y 20 días, contribuyendo con un 8,7% y 7,7% respectivamente.

Gráfico 13.

Importancia de los rezagos



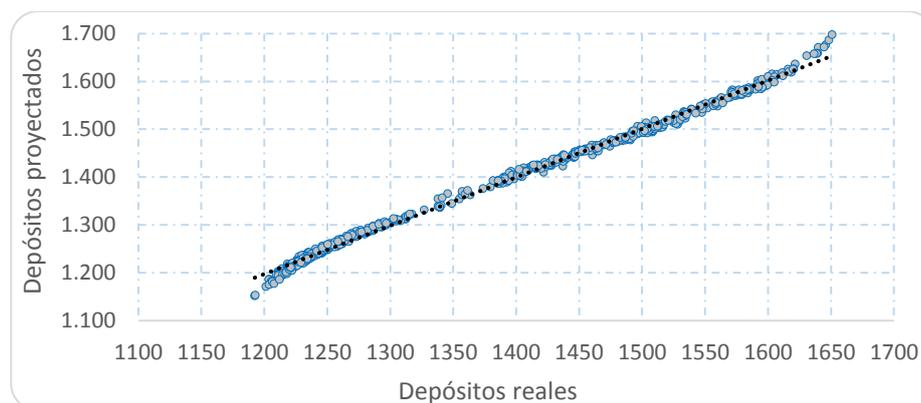
Fuente: propia

Elaboración: El autor

Con respecto a la calidad de precisión de la red neuronal, se compara la estimación de las obligaciones con el público con sus respectivos valores reales (gráfico 14). Se observa que el poder de estimación de la red es bastante acertado, existiendo inconvenientes de sobrestimación y subestimación en las colas.

Gráfico 14.

Comparación depósitos (millones de dólares) real vs proyección RNA



Fuente: propia

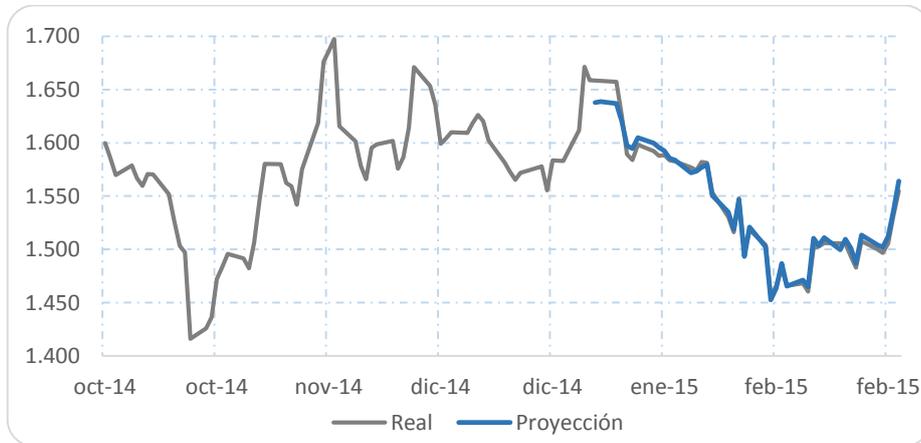
Elaboración: El autor

5.2.3 Predicción de los depósitos utilizando redes neuronales artificiales

Como se ha visto anteriormente, todos los descriptivos del modelo encontrado se han basado en la muestra de construcción (entre enero de 2013 y diciembre de 2014). A continuación se utiliza el periodo enero – febrero de 2015 (muestra de backtesting) para comprobar la calidad de precisión de la red fuera de la muestra de construcción. En el gráfico 15 se muestra la estimación en este periodo. Con una simple inspección, se visualiza que existe una mejor aproximación de la red neuronal en comparación a la predicción realizada por el modelo ARIMA.

Gráfico 15.

Backtesting de la red neuronal - depósitos (en millones de dólares)



Fuente: propia

Elaboración: El autor

Para comprobar esta aseveración se estima los indicadores de la calidad de la red neuronal fuera de la muestra de construcción, entre otros, se presenta la suma de errores al cuadrado, el error medio absoluto y la desviación estándar del error (tabla 10).

Tabla 10.

Indicadores del error de la red neuronal (backtesting)

	Suma errores al cuadrado	Error medio absoluto	Desviación Estándar
Red Neuronal	0,09%	0,36%	0,46%

Fuente: El autor

Elaboración propia

Al comparar los resultados de las tablas 6 y 10 se puede observar que los obtenidos por la red neuronal mejoran a los resultados hallados con el modelo ARIMA. Se aprecia que la red neuronal minimiza la suma de errores al cuadrado, al pasar de 0,52% del modelo ARIMA a 0,09% en la red, al igual que el error medio absoluto (de 1,07% a 0,36%) y también el otro indicador que es la desviación del error (de 1,3% a 0,46%), Por lo mencionado anteriormente, se concluye que las redes neuronales posee mayor efectividad en la predicción de variables, en esta investigación los depósitos de una institución financiera (al menos en el corto plazo). Esto como anticipo, ya que posteriormente se pondrá a prueba los dos modelos mencionados y un tercero, que se elabora en el capítulo siguiente.

5.3 Resultados

Para la identificación de la arquitectura de la red neuronal óptima, se utilizó el criterio de prueba y error. Esto significa que se comparó varias estructuras con diferentes funciones de activación, número de capas ocultas, nodos en la capa oculta, etc., y en cada sesión se seleccionó aquella que minimiza los indicadores del error (suma de residuos al cuadrado y el error medio absoluto).

Con este procedimiento, se encuentra que una capa oculta es más eficiente que las estructuras con dos capas; que tener 44 nodos en la capa oculta es más óptimo; y que utilizar la función logística como activación minimiza los errores de la red. En la muestra de construcción, al comparar las proyecciones con los datos reales de los depósitos se visualiza una bisectriz casi exacta; y, en la muestra de backtesting se visualiza que las estimaciones son mejores en comparación a las realizadas por el modelo ARIMA. Basta comprobar el error medio absoluto, que se reduce de un 1,07% a un 0,36% con esta metodología.

Este 0,36% de error promedio con la red construida, significa un margen de tolerancia de US \$ 5,6 millones; que comparado con el obtenido por la metodología ARIMA (US \$ 16 millones) representa una reducción de más del 66% del error, una cifra muy importante en el objetivo de lograr mayor precisión en la predicción de los depósitos. Inclusive, para la entidad bancaria le es factible manejar este margen de error.

Es por esta razón, que en este estudio, se comprueba que las redes neuronales son más eficientes al predecir series temporales de la forma de los depósitos en comparación a las metodologías clásicas como son los modelos ARIMA. Por último,

falta comparar las estimaciones de estos dos modelos con los resultados de un tercero construido en el siguiente capítulo, el propuesto en esta investigación, que se basa en utilizar las dos técnicas mencionadas: ARIMA y Redes Neuronales Artificiales.

Capítulo sexto

Predicción de los depósitos utilizando un modelo híbrido

6.1 Descripción

Como se ha detallado, el riesgo de liquidez tiene un enorme impacto en el funcionamiento de las instituciones financieras, reflejándose como uno de los principales riesgos a ser tomado en cuenta; es por esta razón que se motiva a la aplicación de nuevas técnicas para su correcta y anticipada gestión. Además con los resultados obtenidos en los apartados anteriores, que detallan el mejor desempeño de las redes neuronales en comparación a los modelos clásicos y tradicionales de series de tiempo, se pretende aplicar una herramienta alternativa para el pronóstico de los depósitos, la cual se basa en un modelo híbrido que consiste en unificar los resultados de las dos metodologías utilizadas anteriormente. Estudios como los de (Foix y Weber 2007) o (Sánchez 2005) sugieren que combinando diferentes modelos, la precisión de la estimación al predecir series temporales puede ser más eficiente que al utilizar las metodologías por separado.

Es por esta razón, que en este capítulo el método empleado para pronosticar series de tiempo, es una metodología ya ampliamente desarrollada y utilizada por diferentes investigadores, la cual consiste en combinar los resultados de los modelos ARIMA y de Redes Neuronales, de tal manera que proporcione una mejor estimación de las obligaciones con el público, es decir, una mayor precisión en comparación a los resultados de las metodologías mencionadas por separado. La metodología consiste en encontrar una red neuronal que estime la serie de tiempo de los errores del modelo ARIMA producto del pronóstico de los depósitos. El resultado final consiste en la suma de las estimaciones de ambos modelos.

Con el modelo ARIMA se estima las relaciones lineales entre los propios datos de la serie, mientras que con las Redes Neuronales se estima las posibles relaciones no lineales que pueden no ser captadas por la estimación ARIMA. Cabe mencionar que en este capítulo no se realiza nuevamente la estimación de los depósitos con un modelo ARIMA, de hecho, dado que en el capítulo 4 se encontró el mejor modelo bajo esta metodología, se utiliza éste como input en la identificación de las variables de entrada (rezago de los errores) de la red neuronal. En otras palabras, en este apartado se

encuentra una red neuronal que permita predecir eficientemente los residuos del modelo ARIMA detallado en el capítulo 4.

6.2 Desarrollo

6.2.1 Predicción de los errores de la estimación ARIMA con redes neuronales artificiales

Al igual que en el capítulo 5, se realiza el mismo procedimiento para la identificación de la mejor estructura de una red neuronal que permita la proyección de la variable de análisis, que en este caso es la serie temporal de los errores del modelo ARIMA fruto de la estimación de los depósitos de la institución financiera. Se mantiene ciertas definiciones como la composición de las muestras de entrenamiento y testeo (70% y 30%, respectivamente). Dado los buenos resultados obtenidos con la red en el capítulo anterior, se utiliza los mismos rezagos pero sobre la serie de los errores, es decir

$$e_{t-1}, e_{t-4}, e_{t-12}, e_{t-16}, e_{t-18}, e_{t-20}, e_{t-21}, e_{t-22}, e_{t-24}, e_{t-30}, e_{t-47}, e_{t-43}, e_{t-55}, e_{t-44}, e_{t-66}, e_{t-67}, e_{t-70}, e_{t-78}, e_{t-253}, e_{t-273}, e_{t-296}, e_{t-319}$$

siendo e los errores de la estimación ARIMA.

Para la identificación del número de capas, se cuantifica la suma de errores al cuadrado y el error relativo de redes con hasta dos capas ocultas, tal como se muestra en la tabla siguiente. Se verifica que la mejor opción es trabajar con una sola capa oculta, ya que minimiza los indicadores sobre los errores de la red neuronal.

Tabla 11.

Comparación del error en redes de 1 y 2 capas ocultas

No. Capas Ocultas	Suma errores al cuadrado	Error medio absoluto
1 capa	18,96%	11,75%
2 capas	24,74%	17,02%

Fuente: propia

Elaboración: El autor

Con respecto a la identificación del número de nodos de la capa oculta, conociendo los resultados obtenidos en la sección anterior, se construye diferentes redes cambiando entre 40 y 50 nodos. Se observa en la tabla 12 que el número de nodos óptimo para la red neuronal son los 47 por lograr minimizar los errores de la estimación.

Tabla 12.

Error al modificar el número de nodos

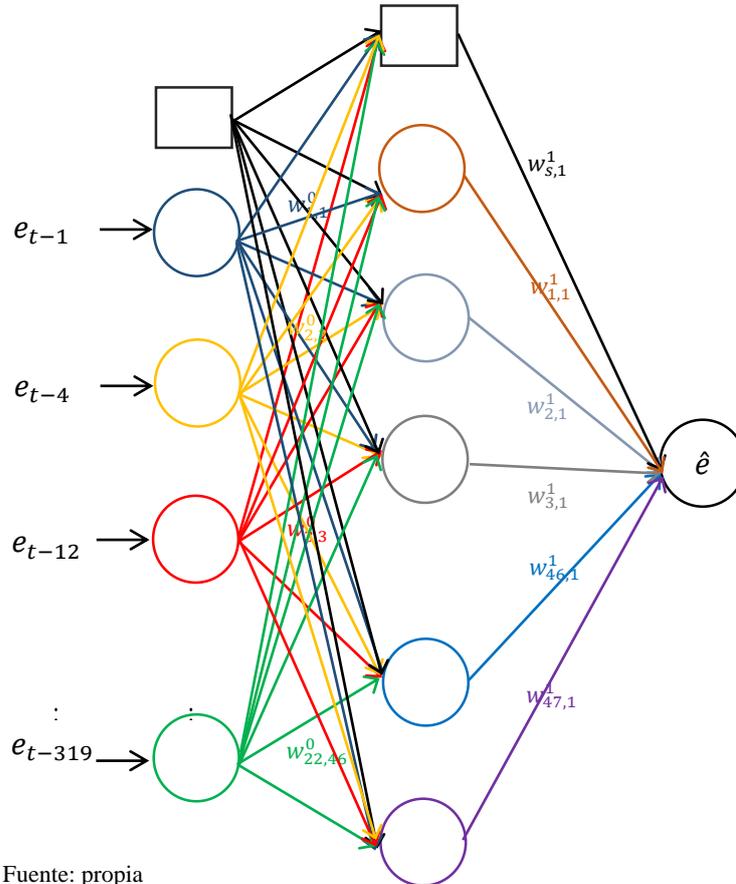
No. Nodos	Suma Errores al Cuadrado	Error medio Absoluto
40	12,3%	6,0%
41	12,1%	5,9%
42	12,6%	6,2%
43	11,9%	5,8%
44	11,8%	5,8%
45	12,8%	6,2%
46	11,0%	5,4%
47	10,6%	5,2%
48	11,9%	5,8%
49	11,7%	5,7%
50	12,6%	6,2%

Fuente: propia

Elaboración: El autor

Gráfico 16.

Estructura de la red neuronal - serie errores modelo ARIMA



Fuente: propia

Elaboración: El autor

De esta forma se obtiene que la estructura adecuada de la red neuronal está conformada por una capa oculta con 47 nodos, tal como se muestra en la gráfica 16; la que se alimenta de la información de los 22 rezagos de los errores del modelo ARIMA, y como resultado de la red neuronal se observa que es la estimación de los errores de la metodología univariante.

Por último, en la definición de las funciones de activación de las capas oculta y de salida, se repite el procedimiento, es decir, se prueba todas las posibles combinaciones entre diferentes funciones conociendo que la estructura ideal de la red es una capa oculta con 47 nodos. Se selecciona como en los apartados anteriores aquella combinación que minimice el error de la red neuronal (tabla 13). Tal como sucede en el capítulo anterior, se identifica que utilizar la función logística como activación para las capas oculta y de salida logra minimizar la suma de errores al cuadrado y el error relativo.

Tabla 13.

Error al modificar las funciones de activación

Func. Capa Oculta	Logística	Logística	T. Hiperbólica	T. Hiperbólica
Func. Capa de Salida	Logística	T. Hiperbólica	Logística	T. Hiperbólica
Suma errores al cuadrado	4,79%	41,18%	11,31%	64,66%
Error medio absoluto	1,01%	2,18%	2,39%	3,42%

Fuente: propia

Elaboración: El autor

Ahora se conoce todos los componentes de la arquitectura de la red neuronal que minimiza los indicadores sobre los errores de la metodología: 1 capa oculta, 47 nodos en ésta; y, funciones de activación logísticas. Se construye la red que estima la serie de depósitos. Por favor dirigirse al anexo de esta investigación para conocer el principal resultado de la red neuronal construida, que es los pesos sinápticos.

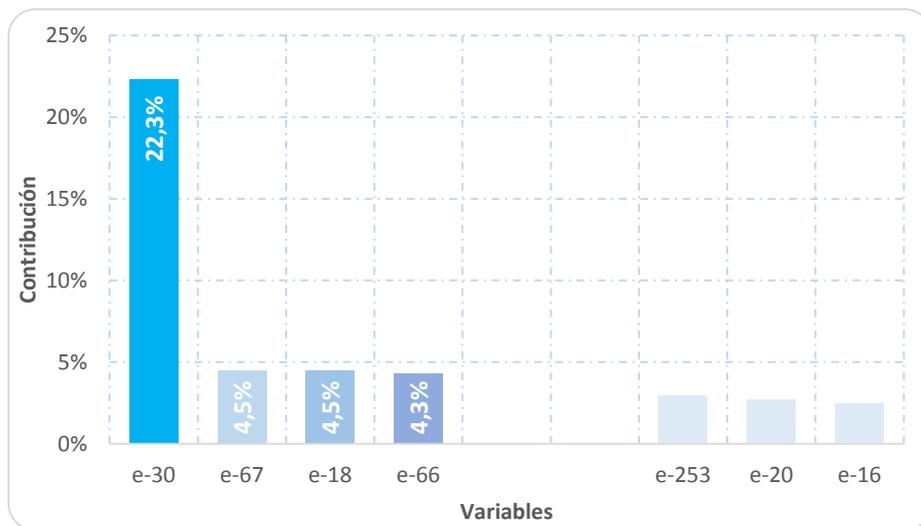
Al analizar los resultados de la red construida, se observa que el error rezagado de mayor influencia es el de 30 días, que contribuye un 22,3%, continuando con los rezagos más importantes los 67, 18 y 66, que contribuyen un 4,5%, 4,5% y 4,3% respectivamente.

Al revisar los valores reales de los errores y los proyectados por la red neuronal construida (gráfico 18) se observa que la nube de puntos genera una bisectriz con mayor exactitud, disminuyendo los inconvenientes obtenidos en el capítulo anterior.

En este caso, los problemas en las colas no generan mayor problema, puesto que son cuatro puntos por lado (población diaria de dos años). Con una simple inspección, se puede concluir que existe una mejor aproximación en comparación a los resultados de la red del capítulo anterior, ya que se visualiza una menor dispersión con respecto a la bisectriz.

Gráfico 17.

Importancia de los rezagos

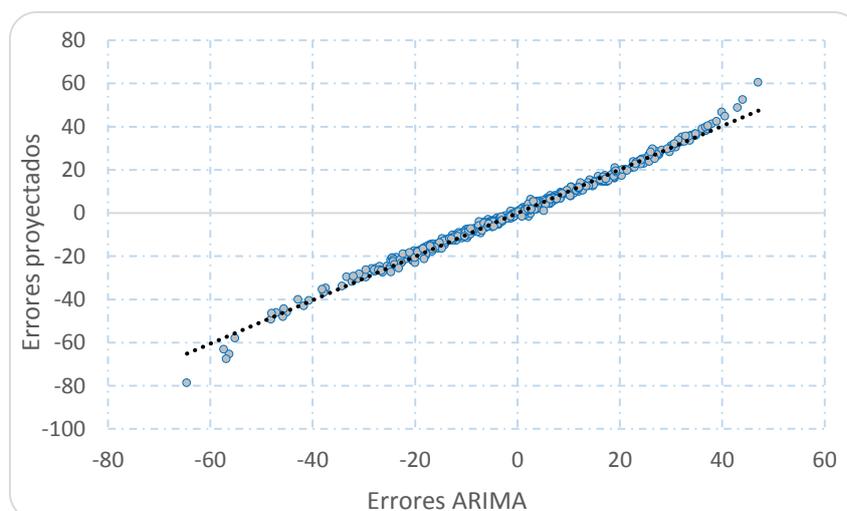


Fuente: propia

Elaboración: El autor

Gráfico 18.

Comparación real vs proyección - errores (millones de dólares)



Fuente: propia

Elaboración: El autor

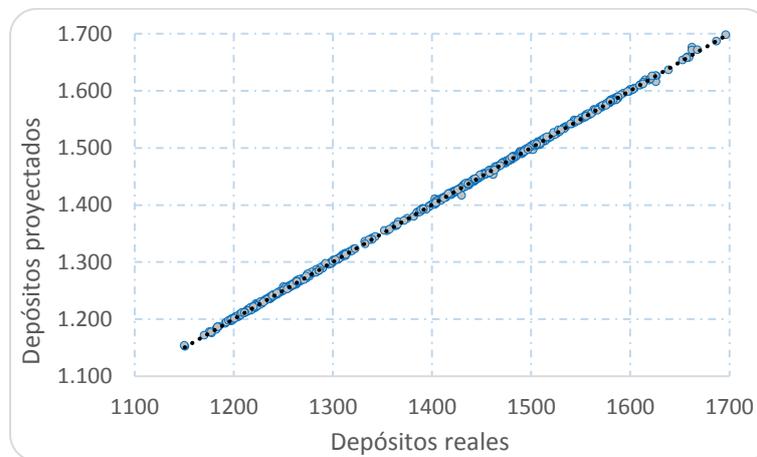
6.2.2 Predicción de los depósitos utilizando un modelo Híbrido

En este apartado se construye el modelo híbrido propuesto en esta investigación, el cual consiste en la unificación de los resultados de las dos metodologías. Para esto, basta sumar las estimaciones del modelo ARIMA (resultados obtenidos en el capítulo 4) y de la red neuronal (resultados obtenidos en el presente capítulo).

A continuación, se compara la estimación de los depósitos de la metodología híbrida con los datos reales de las obligaciones con el público, como se muestra en el gráfico 19. Sin lugar a dudas, se visualiza que la estimación del modelo híbrido es más eficiente que las dos metodologías construidas anteriormente. Existe una dispersión casi nula con respecto a la bisectriz del gráfico, lo que garantiza que los errores por parte de la metodología propuesta sean menores a los encontrados con las metodologías ARIMA y redes neuronales por separado.

Gráfico 19.

Comparación real vs proyección depósitos - modelo Híbrido



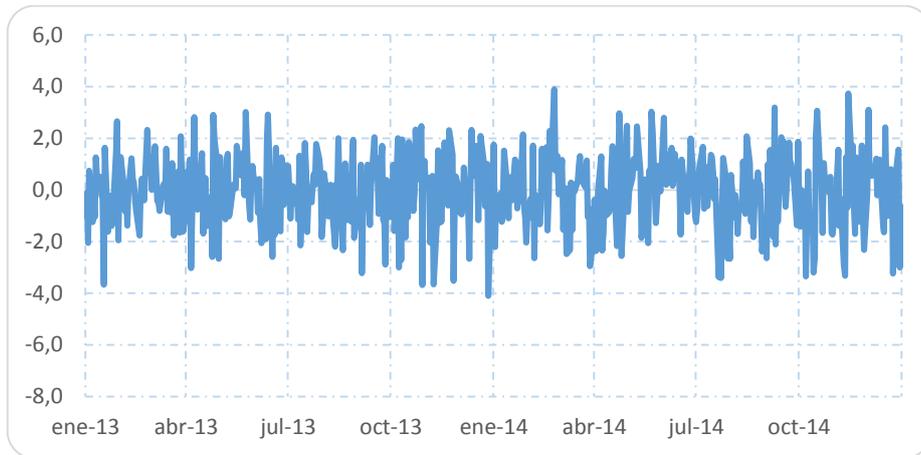
Fuente: propia

Elaboración: El autor

Los errores cometidos por el modelo híbrido en la muestra de construcción, se localizan en un intervalo de \pm US \$ 4 millones, a excepción de una observación que sobrepasa este rango tal como se muestra en el gráfico 20; lo que equivale a un error máximo del 0,26%; aspecto sobresaliente de la metodología y que tanto para el investigar como para la institución financiera significa una precisión más que aceptable.

Gráfico 20.

Errores incurridos por el modelo híbrido (en millones de dólares)



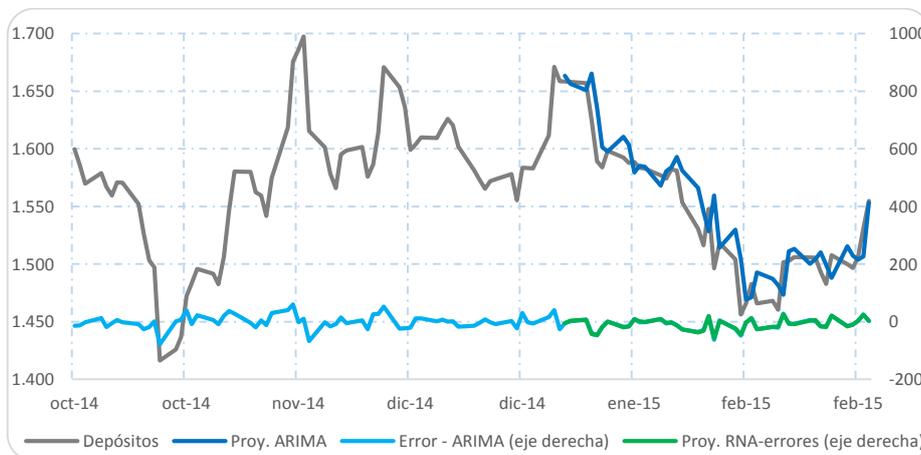
Fuente: propia

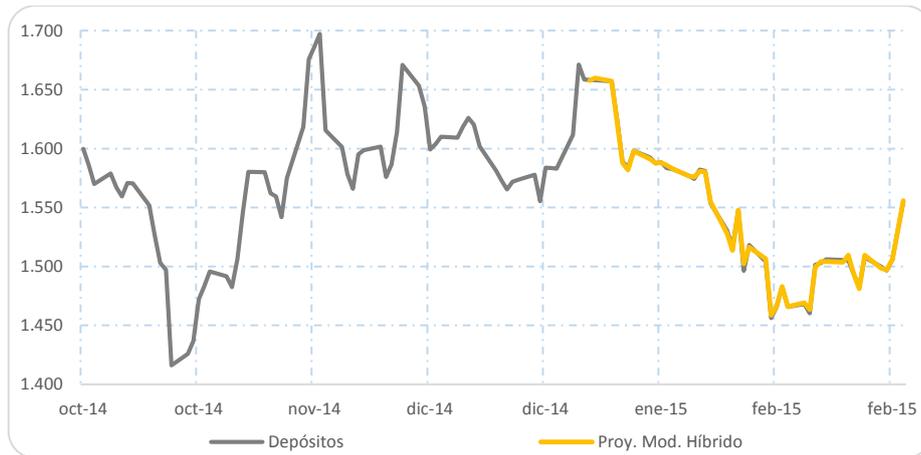
Elaboración: El autor

Por último, se proyecta los depósitos en la muestra de backtesting, es decir, sobre el periodo enero – febrero de 2015 (gráfico 21) para verificar la calidad del modelo híbrido fuera de la muestra de construcción. El resultado es sorprendente, puesto que la proyección del modelo propuesto se ajusta casi perfectamente a la realidad de la serie analizada. Esto se puede observar en el gráfico al visualizar que la línea amarilla (estimación) está sobrepuesta sobre la línea gris (realidad). La línea amarilla que representa la proyección de los depósitos con el modelo híbrido, es el resultado de sumar la línea azul (estimación ARIMA de los depósitos) con la línea verde (predicción de los errores del modelo ARIMA por medio de redes neuronales).

Gráfico 21.

Backtesting modelo Híbrido - depósitos (en millones de dólares)





Fuente: propia

Elaboración: El autor

Con fines de realizar la comparación de esta metodología con las dos construidas en los apartados anteriores, se cuantifica los siguientes indicadores al predecir el comportamiento de los depósitos en la muestra de backtesting: suma de errores al cuadrado, el error medio absoluto y la desviación estándar del error, resultados que se presentan en la siguiente tabla.

Tabla 14.

Indicadores del error-modelo híbrido (backtesting)

	Suma errores al cuadrado	Error medio absoluto	Desviación Estándar
Modelo Híbrido	0,01%	0,10%	0,13%

Fuente: propia

Elaboración: El autor

6.3 Resultados

Con la metodología propuesta, se logra reducir la suma de errores al cuadrado, al pasar de una magnitud de 0,52% obtenido por el modelo ARIMA (tabla 6), a 0,09% por las redes neuronales (tabla 10) y a 0,01% por la metodología híbrida; lo que confirma que el modelo propuesto logra minimizar un indicador de los errores de estimación. El error medio absoluto encontrado con la metodología híbrida es del 0,1%; lo que significa en dólares un error medio promedio de US \$1,5 millones; que comparado con las metodologías anteriores representa una mejora muy significativa. Es por esta razón, que se puede concluir que el modelo híbrido mejora sustancialmente las predicciones de la variable analizada, lo que permite adelantarse y concluir que este

modelo permite proyectar más eficientemente la serie de depósitos en comparación a los modelos ARIMA y redes neuronales por separado. Sin embargo, se expone en el siguiente capítulo, diferentes test de selección de modelos que permiten definir y escoger el modelo más adecuado para la institución financiera en el trabajo de predecir el comportamiento de los depósitos del público.

Para la predicción de serie analizada fuera de muestra de construcción, se utiliza la estimación proporcionada por el modelo ARIMA encontrado en el capítulo 4, y se completa con la predicción del error por medio de redes neuronales detallado en este capítulo.

Se realiza el mismo procedimiento detallado en el capítulo 5 para la identificación de la mejor arquitectura de la red neuronal, que sea más eficiente en la proyección de los errores incurridos por el modelo ARIMA. Es así, que la arquitectura para la modelación de los errores está compuesta por una capa oculta, con 47 nodos y con funciones de activación logísticas. Este fue el mejor resultado de combinar varias arquitecturas y seleccionar aquella que minimice los indicadores de los errores.

La precisión encontrada por el modelo híbrido es notoria, pudiéndose concluir que unificar ambas metodologías (series de tiempo y redes neuronales) permite construir pronósticos con mayor precisión de la serie de depósitos analizada.

6.4 Comparación de los resultados obtenidos por los modelos propuestos

Se recuerda los tres enfoques diferentes que fueron utilizados para la estimación de los depósitos u obligaciones con el público: el enfoque clásico conocido como modelos ARIMA, el alternativo al utilizar redes neuronales artificiales en la predicción de series de tiempo, y el propuesto que consiste en un modelo híbrido. En este apartado, se presentan diferentes criterios que permiten identificar el modelo de mayor precisión al momento de predecir los depósitos, siendo recogidos los resultados en la siguiente tabla (tabla 15).

El primer criterio en la lista es el coeficiente de determinación R^2 , que es una medida de calidad de la estimación. Este indicador mientras más cercano esté a 1 es un indicio de mejor ajuste del modelo. Al visualizar en la tabla anterior se determina que el modelo con mayor precisión, en la muestra de construcción, es el modelo híbrido por poseer un mayor R^2 . Al comparar con el resto de metodologías, se observa que la ganancia adicional encontrada no es tan significativa, ya que con respecto a la

metodología ARIMA (con menor coeficiente de determinación) se gana apenas un 3,8% de explicación. Sin embargo, la potencia de la metodología propuesta se observa en la muestra de backtesting, puesto que el coeficiente de determinación difiere muy significativamente del resto de las metodologías (14,8% de diferencia con el modelo ARIMA y 13,7% con el de redes neuronales artificiales).

Tabla 15.

Criterios de selección de los modelos

	Muestra de Construcción			Muestra de Backtesting		
	ARIMA	Neuronales	Híbrido	ARIMA	Neuronales	Híbrido
Coficiente de determinación	94,2%	95,3%	98,0%	84,1%	85,2%	98,9%
Suma de errores al cuadrado	300.536,4	63.043,9	2.076,1	39.746,7	3.663,5	299,8
Error Medio absoluto	12,9	6,2	1,1	16,3	5,1	1,5
Criterio de Akaike	3.333,7	2.728,4	972,7	303,8	413,7	334,6
Criterio de Schwarz	3.461,6	3.209,5	1.509,1	373,8	610,0	353,5
Criterio de Amemiya	4,2%	4,0%	0,0%	54,5%	-32,3%	-0,2%
Criterio BEC	582,9	122,6	4,0	1.123,2	82,6	6,8

Fuente: propia

Elaboración: El autor

Continuando, el segundo criterio es la suma de errores al cuadrado, indicador del cual se había dado comentarios anteriormente. Tal como se muestra en la tabla 15, la estimación de los depósitos con el modelo híbrido logra reducir sustancialmente este indicador en comparación a los modelos ARIMA y de redes neuronales en ambas muestras analizadas. En la muestra de construcción, se consigue disminuir a 2.076 este indicador (modelo híbrido), pasando por los 300.536 obtenidos por el modelo ARIMA y 63.044 por la red neuronal artificial. En la muestra de backtesting, se obtienen resultados similares, minimizando el indicador en 300 de un valor inicial de 39.747 obtenido por la metodología tradicional de series de tiempo. El mejor modelo basado por este indicador indiscutiblemente es el modelo híbrido

Con respecto al error medio absoluto, muy relacionado con el segundo criterio, se obtienen similares conclusiones. Lo interesante en este criterio, es que se puede entender la magnitud en dólares del error promedio que se está asumiendo por cada modelo. Es así que, por la metodología ARIMA en la muestra de backtesting se asume un error de US \$ 16 millones diarios, que representan un costo de oportunidad para la

institución muy fuerte; mientras que por la metodología de redes neuronales se asume un valor de US \$ 5 millones, y; por el modelo híbrido un margen de US \$ 1,5 millones. Puesto que con la metodología propuesta se obtienen menores errores, se concluye que ésta es la más óptima de los tres enfoques planteados.

Hasta ahora, la evaluación de los modelos se ha basado en seleccionar aquel que tiene mejor ajuste con respecto a la variable analizada, sin embargo, ninguno de estos penaliza la complejidad de los mismos, entendiéndose como complejidad el número de parámetros que se estiman para cada modelo. Es por esta razón que se incluyen los criterios de Akaike, Schwarz, Amemiya y BEC. Estos cuatro test, disponen de pequeñas variantes en su estimación, siendo un aspecto generalizado la utilización en estos cuatro criterios de la función de máxima verosimilitud.

De acuerdo al criterio de información de Akaike (AIC), el cual considera el ajuste del modelo y el número de parámetros a ser estimados en su cálculo, el mejor modelo es el que presenta el menor valor en este indicador. Cabe mencionar que el número de coeficientes estimados en el modelo ARIMA son 7, los estimados por la red neuronal son 1.057 y por último, en el modelo híbrido 1.064 parámetros entre pesos sinápticos de la red y coeficientes del modelo ARIMA. Bajo este criterio, se concluye el mejor modelo es el híbrido, a pesar de que en la muestra de backtesting no es el más preciso siendo superado por el modelo ARIMA, cuya diferencia obtenida no es significativa (30 puntos) delta no comparable con la ganancia encontrada en la muestra de construcción (2.360 puntos).

A diferencia del test de Akaike, el criterio de información de Schwarz incluye en su cálculo la bondad de ajuste, el número de parámetros estimados y el número de datos en la población. Se recuerda que las observaciones en la muestra de construcción son 522 y en la muestra de backtesting 42. Tal como se observa en la tabla 15, se concluye que el mejor modelo es el híbrido tanto en la muestra de construcción como de backtesting, ya que dispone del valor más bajo.

Capítulo séptimo

Gestión del riesgo de liquidez

7.1 Descripción

El negocio de una institución financiera es utilizar los depósitos de sus clientes (pasivo) y prestarlo en forma de créditos (activos), comúnmente conocido como intermediación financiera. Sin embargo, es importante analizar que la estructura de los pasivos está conformada por depósitos más inmediatos, mientras que los activos están estructurados en créditos con distintos vencimientos contractuales. Es por esta razón, que las entidades bancarias deben mantener una reserva de capital suficiente para hacer frente a las obligaciones asumidas con sus depositantes. La correcta medición de esta reserva se conoce como gestión del riesgo de liquidez.

En este capítulo, se utiliza la metodología desarrollada anteriormente como herramienta de mitigación del riesgo de liquidez, ya que permite proyectar las obligaciones con el público (principal componente del pasivo de la institución financiera) y la cartera de crédito (principal activo del banco), y; de esta manera conocer si en el futuro existirá algún descalce entre la tendencia habitual de los depósitos y la cartera, y si es el caso ajustar el grado de intermediación para mantener los actuales niveles de liquidez (reservas).

Como parte inicial, se desarrolla los principales resultados al estimar la serie temporal de la cartera de crédito utilizando la metodología híbrida, ya que se demostró que en términos de eficiencia la proyección con la metodología sugerida supera en calidad a las metodologías tradicionales. Como se menciona, el interés en este capítulo no es detallar a profundidad el proceso para construir el modelo híbrido para esta serie temporal, sino más bien utilizar esta potente herramienta en la gestión del riesgo de liquidez.

Por último, en la administración de la liquidez, se compara las proyecciones de las series de los depósitos y de la cartera con el objetivo de verificar si la institución tendrá problemas futuros en los niveles de reservas. Con este análisis se construye una herramienta importante para la toma de decisiones en lo que se refiere a liquidez, que a diferencia de la evaluación diaria (*post mortem*) realizada por cualquier institución financiera, se convierte en un análisis de escenarios esperados (futuros).

7.2 Aplicación del modelo híbrido en la predicción de la cartera de crédito

En este apartado se utiliza el modelo que combina los resultados entre la metodología ARIMA y de Redes Neuronales Artificiales para pronosticar la serie de la cartera de créditos de la institución financiera, ya que se demostró que ofrece mayor eficiencia en términos de proyección al compararlo con las otras dos metodologías. La serie utilizada corresponde al periodo de enero de 2011 a febrero de 2015, que al igual que en los depósitos, se identifican los mismos periodos como muestras de construcción y de backtesting.

Gráfico 22.

Serie de la cartera de crédito (en millones de dólares)



Fuente: Institución Financiera

Elaboración: El autor

El modelo de series de tiempo clásico con mayor poder explicativo resultó ser un $ARIMA(2,1,0) \times (4,0,0)$, cuyo componente regular está conformado por rezagos de 1 y 3 días, mientras que la parte estacional está compuesto por ciclicidad semanal, mensual, trimestral y semestral aproximadamente.

Cuantificado el modelo ARIMA, se ajustan diferentes redes neuronales a la serie de los errores de éste, modificando el número de capas ocultas, nodos en éstas y funciones de activación tal cual el proceso seguido en los apartados anteriores. La red neuronal obtenida consiste de una sola capa oculta con 24 nodos, y con funciones de activación logística. En la contribución de las variables a la red neuronal, como se observa en el gráfico 23, el de mayor influencia es el rezago 55 con un aporte del 24,7%.

Tabla 16.

Modelo ARIMA-Serie Colocaciones

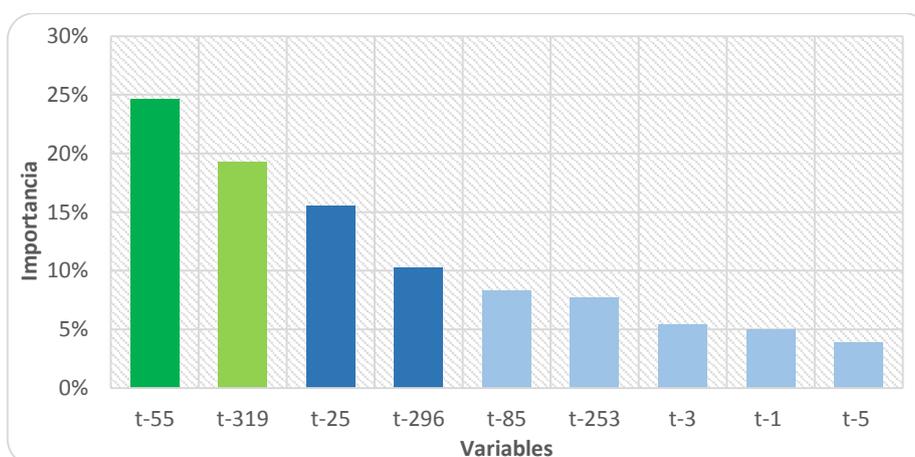
Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
C	667,8178	53,8238	12,4075	0,0000
AR(1)	1,0521	0,0304	34,5613	0,0000
AR(3)	-0,0799	0,0306	-2,6145	0,0092
SAR(5)	0,1071	0,0437	2,4540	0,0145
SAR(25)	0,1058	0,0439	2,4076	0,0164
SAR(55)	0,1931	0,0446	4,3283	0,0000
SAR(85)	0,1575	0,0445	3,54	0,0004
R-squared	0,9964	Mean dependent var		861,1629
Adjusted R-squared	0,9964	S.D. dependent var		93,3844
S.E. of regression	5,6257	Akaike info criterion		6,3078
Sum squared resid	16267,56	Schwarz criterion		6,3730
Log likelihood	-1638,33	F-statistic		20434,8
Durbin-Watson stat	2,0503	Prob(F-statistic)		0,0000

Fuente: propia

Elaboración: El autor

Gráfico 23.

Contribución de los rezagos – cartera



Fuente: propia

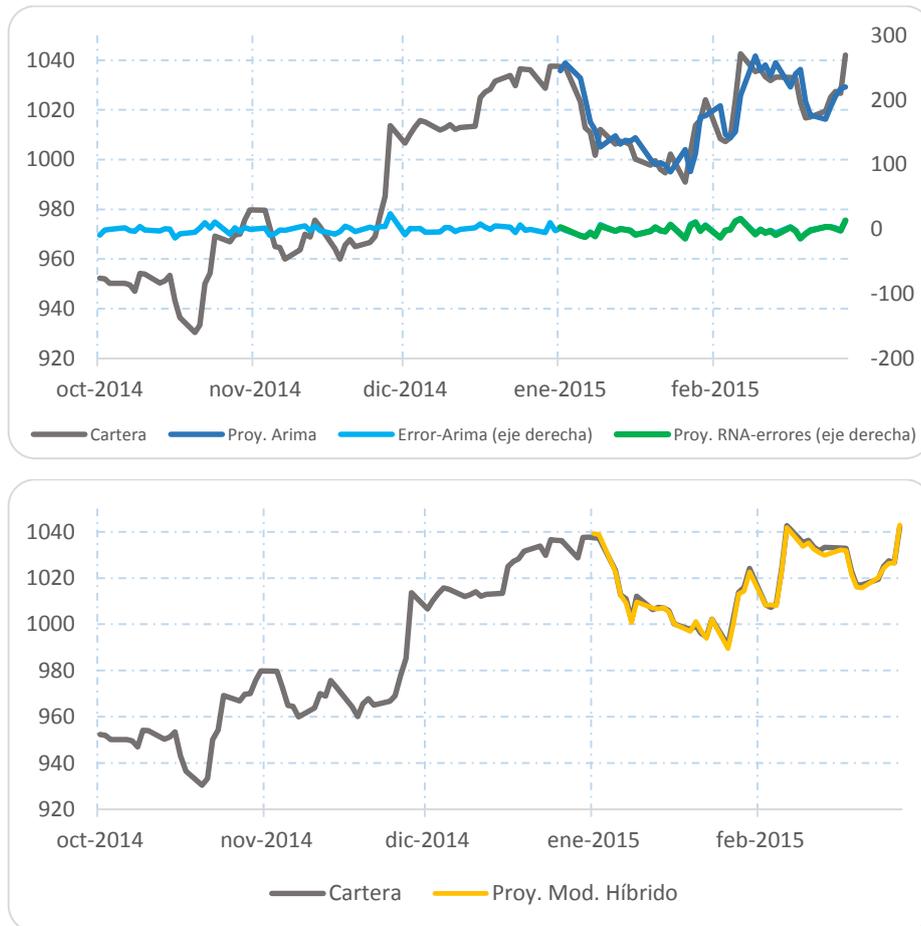
Elaboración: El autor

El resultado final de aplicar la metodología propuesta a la serie de la cartera en la muestra de backtesting se puede observar en el gráfico 24. En el primer gráfico, se observa la estimación de la serie analizada con el modelo ARIMA (línea azul) y la estimación de los errores con redes neuronales artificiales (línea verde). En el primer caso, se visualiza que el modelo logra recoger acertadamente la tendencia de la cartera, sin embargo, aparentemente no logra estimar la volatilidad propia de la serie, lo que

en términos generales se concluye que carece de un buen grado de exactitud siendo la consecuencia de la aplicación del modelo híbrido. En el segundo caso, se muestra la casi exactitud de la red neuronal al estimar la serie de los errores del modelo ARIMA, existiendo en pocas observaciones una desviación con respecto al valor real.

Gráfico 24.

Aplicación modelo híbrido - Cartera (en millones de dólares)



Fuente: propia

Elaboración: El autor

En la segunda ilustración del gráfico 24, se observa el resultado final de la estimación de la cartera utilizando el modelo híbrido y su comparación con los valores reales de la serie analizada en la muestra de backtesting. La línea amarilla (proyección del modelo híbrido) es la suma de la estimación del modelo ARIMA con la estimación de los errores utilizando redes neuronales artificiales. Como se visualiza, el grado de ajuste del modelo híbrido es bastante acertado superando a la estimación del modelo

ARIMA, de esta forma, se garantiza que las proyecciones de cartera de crédito utilizando el modelo híbrido encontrado tendrán un alto grado de confiabilidad.

Con respecto a los indicadores de calidad del modelo en la muestra de backtesting, se encuentra que la suma de errores al cuadrado es del 0,01%; el error absoluto promedio tiene un valor de 0,1%; y, la desviación estándar es del 0,11%. Como se menciona, los indicadores reflejan un muy buen poder de ajuste.

7.3 Administración del riesgo de liquidez - aplicación

La gestión del riesgo de liquidez conlleva al análisis de muchas variables, medidas, procedimientos, condiciones, etc., que son propias y diferentes de cada entidad bancaria y que dependen de la estructura de sus activos y pasivos. Esta investigación se concentra en el análisis de la disminución del pasivo (depósitos) y/o el incremento del activo (cartera) y como esto afecta a los niveles de liquidez, conocido en la literatura también como riesgo de fondos.

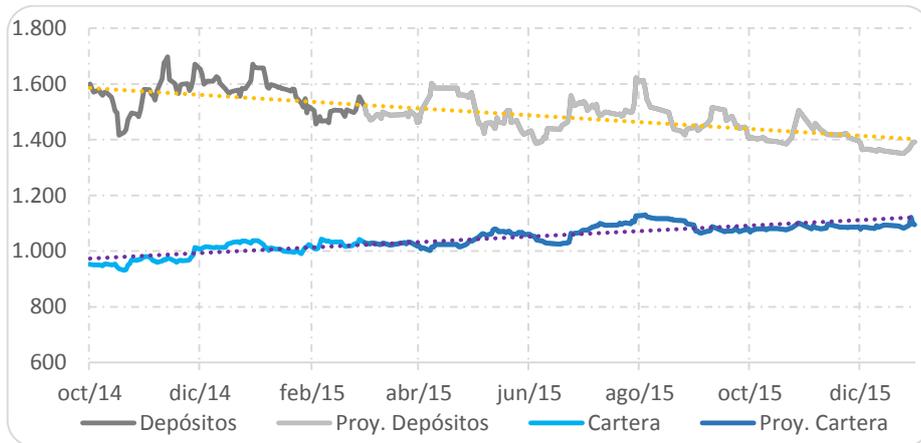
Con este antecedente, para determinar la posición de liquidez de la institución en el futuro, se analiza las necesidades de fondos (obtenidas con la proyección de los depósitos) y la fuente de recursos (proyección de la cartera de créditos), permitiendo determinar superávits o déficits futuros de liquidez. En realidad el planteamiento es un monitoreo de la liquidez con un vista hacia el futuro, facilitando la toma de decisiones para mantener y controlar el nivel de liquidez requerido por la institución.

Para cumplir con este objetivo, se utiliza los modelos desarrollados en los apartados anteriores para proyectar las series de los depósitos y de la cartera de crédito, tal como se indica en el gráfico 25. En esta ocasión, se puede observar que el comportamiento futuro de los depósitos tiene una tendencia decreciente marcada, mientras que la cartera de créditos mantiene un crecimiento tenue.

Como se visualiza, si estas dos variables continúan con su comportamiento habitual (tendencia) y no existen los correctivos necesarios (captar más o frenar la colocación de crédito), existirán efectos respecto a los niveles de liquidez que la institución ha mantenido históricamente e incluso afectará los niveles requeridos por el organismo de control.

Gráfico 25.

Evolución depósitos y cartera (en millones de dólares)



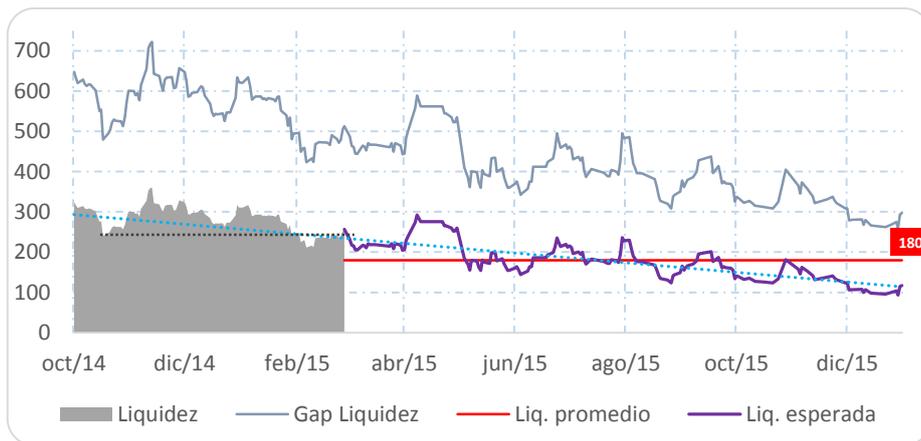
Fuente: propia

Elaboración: El autor

La diferencia de estas dos series proporciona información de requerimientos o excesos de liquidez, comúnmente conocida como gap de liquidez. En el gráfico 25 se presenta la evolución de la liquidez futura dado el comportamiento de los depósitos y de la cartera. Al evidenciar que si la institución continúa con una colocación usual de créditos (tendencia creciente) y mantiene la tendencia decreciente en las captaciones de los depósitos, el gap de liquidez tendría una tendencia claramente decreciente.

Gráfico 26.

Análisis de la liquidez (en millones de dólares)



Fuente: propia

Elaboración: El autor

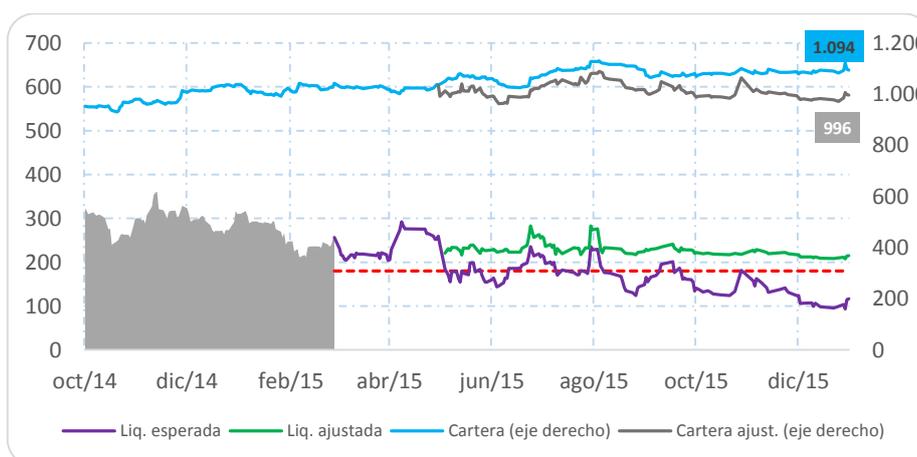
De continuar con este comportamiento y manteniendo el resto de variables, indicadores, fuentes, inversiones, etc. constantes (*ceteris paribus*), la liquidez del banco se vería afectada significativamente, como se observa en el gráfico adquiriría

una tendencia decreciente y sus márgenes lograrían soportar únicamente tres meses más el umbral mínimo de US \$ 180 millones que la organización ha definido para no comprometer el patrimonio de la entidad. Sin duda alguna, es un efecto muy preocupante para la institución bancaria mantener los comportamientos en las series de los depósitos y de la cartera de crédito y lograr mantener el riesgo inherente.

Este análisis permite a los gestores del riesgo de liquidez tomar acciones correctivas en la variable que pueden administrar con mayor facilidad (cartera de crédito) con el objetivo que la entidad bancaria no tenga la necesidad de reestructurar sus pasivos en condiciones desfavorables (captar depósitos más caros o en el peor de los casos la venta de activos). Siendo así, para asegurar la continuidad del negocio, solventando el decrecimiento de los depósitos en la institución, se debe disminuir la colocación de créditos en un margen necesario para lograr mantener los niveles de liquidez deseados.

Gráfico 27.

Ajuste colocación de la cartera (en millones de dólares)



Fuente: propia

Elaboración: El autor

Con este antecedente, para mantener unos niveles adecuados en la liquidez del banco, las colocaciones deben reducirse en un margen considerable, tal como lo muestra el gráfico 27. En éste se puede observar que si se desea tener un nivel de liquidez alrededor de los US 200 millones que es el valor promedio de los últimos meses (línea verde), la cartera de crédito de la institución debe alcanzar una reducción del 9% en diciembre de 2015 (línea gris), significando una disminución de US \$ 98 millones a esa fecha.

De esta manera, la entidad bancaria mantiene controlado el requerimiento mínimo de liquidez, al modificar únicamente la tendencia de la cartera de créditos. Aquí la importancia de conocer con anticipación cómo es el movimiento de los depósitos y su tendencia a largo plazo. Cabe mencionar nuevamente que en este análisis se ha asumido el criterio del *ceteris paribus*, es decir, que el resto de condiciones, variables, inversiones, portafolios, comportamientos, etc., se mantienen constantes.

Capítulo séptimo

Conclusiones y recomendaciones

8.1 Conclusiones

El análisis del comportamiento de la serie de los depósitos en la institución financiera y su proyección constituye una herramienta importante en la gestión del Riesgo de Liquidez, ya que permite conocer el capital necesario que la entidad necesitará para hacer frente a las obligaciones con sus clientes, es decir, los retiros futuros de sus depositantes en un intervalo de tiempo; cumpliendo con lo estipulado por la Superintendencia de Bancos del Ecuador y por las buenas prácticas propuestas por el Comité de Basilea.

Además, por la actual coyuntura económica del país que ha ocasionado la reducción de liquidez del sistema financiero en más de US \$ 3.000 millones en el último año, se motiva a la búsqueda de metodologías de pronóstico eficientes y de mayor precisión posible, para que la entidad bancaria mantenga la provisión necesaria de dinero para retiros futuros y que esto no le signifique un costo de oportunidad importante que se reflejaría en la reducción de su margen de rentabilidad por la menor colocación de crédito (intermediación financiera).

Dada la importancia, el objetivo central de esta investigación es utilizar una nueva metodología para el pronóstico de series temporales, que unifique las bondades y criterios de los modelos ARIMA (metodología clásica de series de tiempo) con las ventajas de las Redes Neuronales Artificiales (metodología alternativa), con el fin de obtener mayor precisión en la predicción de los depósitos de la entidad bancaria. En este contexto, se construye un modelo híbrido en base a las dos metodologías y se evalúa su resultado respecto a la aplicación de ambas metodologías por separado. Siendo así, la serie analizada corresponde al periodo enero 2013 – diciembre 2014 utilizado para la construcción de los modelos y el periodo enero – febrero 2015 como evaluación de los modelos fuera de la muestra de construcción.

Con respecto a los resultados de la metodología ARIMA el modelo identificado, un $ARIMA(2,1,1) \times (3,0,0)$, es el que mejor ajuste tiene a la serie temporal analizada, ya que minimiza los criterios de la suma de residuos al cuadrado, y los criterios de Akaike y Schwarz, y maximiza la función de verosimilitud. El modelo está conformado por componentes autorregresivos y de medias móviles tanto en su

parte regular como estacional; el cual explica que en el corto plazo, los depósitos dependen del día anterior, así como de rezagos de 1, 2, y 3 meses aproximadamente (datos diarios de 5 días por semana); mientras que el rezago de 253 días explica el comportamiento de largo plazo.

Al utilizar las Redes Neuronales Artificiales (por separado) para predecir las fuentes de fondeo de la institución financiera, se utiliza el criterio de prueba y error para definir la arquitectura idónea, comparando varias estructuras con diferentes funciones de activación, número de capas ocultas, nodos en la capa oculta, etc., y en cada sesión se seleccionó aquella que minimiza los indicadores del error (suma de residuos al cuadrado y el error medio absoluto). El tipo de red utilizada es la de Perceptrones Multicapa, por su facilidad de comprensión y mayor aplicabilidad en la literatura. La red final, por ser la estructura con mayor precisión en relación con las demás experimentadas, está compuesta por una capa oculta, con 44 nodos en ésta, y con funciones logísticas como activación. Como información de entrada se utiliza los rezagos de la serie de depósitos que resultaron significativos en los modelos ARIMA, y como información de salida la serie temporal analizada, siendo una característica de una red neuronal con aprendizaje supervisado.

Dado los principales resultados de las dos metodologías utilizadas para explicar la serie de depósitos por separado, se continúa con objetivo principal de esta investigación, que es construir un modelo híbrido que permita unificar las bondades de ambas metodologías, persiguiendo aumentar el grado de precisión de la predicción y por ende reducir el margen de error de ésta.

El modelo híbrido está compuesto por la estimación del modelo ARIMA(2,1,1)×(3,0,0) seleccionado anteriormente, con el cual se pretende capturar las relaciones lineales entre los rezagos de la serie analizada; y, completado con la estimación del error del modelo ARIMA a través de una red neuronal para estimar las posibles relaciones no lineales que pueden no ser captadas por la estimación ARIMA. El resultado final consiste en la suma de las estimaciones de ambos modelos.

Se utiliza el mismo criterio para la identificación de la mejor arquitectura de la red neuronal, que sea más eficiente en la proyección de los errores incurridos por el modelo ARIMA. Se prueban varias estructuras, cambiando el número de capas, nodos, funciones de activación, etc. y se selecciona aquella que obtenga mejores indicadores de calidad de la red, es decir, minimización de los errores. El resultado para explicar el comportamiento de los errores de la estimación ARIMA es una red neuronal del tipo

Perceptrón Multicapa, compuesta por una capa oculta, con 47 nodos y con funciones de activación logísticas. Este fue el mejor resultado de comparar varias estructuras y seleccionar aquella que minimice los indicadores de los errores. En este caso, las variables de entrada son los rezagos que resultaron significativos en los modelos ARIMA, con la diferencia que la serie de análisis no es la de los depósitos, sino la serie temporal de los errores fruto de la estimación ARIMA.

Al comparar los resultados de los tres enfoques utilizados para la estimación de los depósitos, a través de diferentes criterios que permiten seleccionar el modelo de mayor precisión al momento de proyectar los depósitos, se verifica que el modelo híbrido posee mayor exactitud al predecir la serie temporal analizada, lo que permite concluir que unificar ambas metodologías (series de tiempo y redes neuronales) logra maximizar los indicadores de calidad de la estimación. En promedio, el error encontrado es del 0,1% lo que significa US \$1,5 millones; una mejora muy significativa en la tarea de predecir el comportamiento de la serie en estudio.

Con estos resultados, se ha logrado contrastar la hipótesis central de esta investigación, con una clara afirmación de la misma, “con la proyección de depósitos utilizando el modelo híbrido propuesto, se mejora la precisión en la predicción que utilizar las estimaciones de ambos modelos por separado”. Se concluye que el objetivo de esta investigación se cumple, lográndose resultados más precisos con el modelo híbrido, el cual puede ser utilizado como herramienta de predicción del nivel de depósitos en la institución financiera.

En cuanto a la estimación de la cartera de crédito de la institución bajo la metodología propuesta, el modelo de series de tiempo es un $ARIMA(2,1,0) \times (4,0,0)$, conformado por componentes regulares y estacionales autorregresivos; y, la red neuronal que mejor se ajusta a la serie de los errores cometidos por el modelo ARIMA tiene una capa oculta con 24 nodos y funciones de activación logísticas. Los indicadores de calidad del modelo son aceptables: suma de errores al cuadrado del 0,01%; el error absoluto promedio de 0,1%; y, la desviación estándar del 0,11%.

Las proyecciones de las captaciones y de las colocaciones son sin duda una herramienta muy importante en la gestión del riesgo de liquidez. En este análisis, se estima que la entidad bancaria tendrá problemas de flujos si conserva los comportamientos actuales en sus depósitos y en la colocación de créditos, y sus márgenes de liquidez mantenidos soportarán únicamente tres meses posteriores al sobrepasar el nivel que la organización ha definido para no comprometer el patrimonio

de la entidad (manteniendo el resto de variables, indicadores, fuentes, inversiones, etc. constantes).

Si bien las entidades bancarias adoptan ciertas estrategias para captar mayores depósitos, como es el aumento de la tasa de interés, es una condición que sale de la administración directa del banco. En esta ocasión, la variable que se puede administrar para lograr mantener los niveles actuales de liquidez o el requerimiento mínimo fijado por la institución es la cartera de créditos. Siendo así, es necesario que la entidad reduzca su colocación de forma paulatina con respecto a la tendencia encontrada con la proyección, significando a cierre de año una diferencia de US \$ 98 millones para garantizar el nivel de liquidez requerido por la institución, lo que significa una reducción del 9%.

8.2 Recomendaciones

En el mundo de la modelización matemática de ciertos fenómenos financieros, una de las recomendaciones iniciales es no cuantificar y utilizar un solo modelo en la predicción de series temporales tan importantes como la analizada. Lo recomendable es utilizar un conjunto de predicciones para validar la tendencia de los pronósticos. En este caso, la institución financiera está provista en realidad por cinco modelos diferentes para las dos variables analizadas: los tres modelos ARIMA de los cuales se seleccionó el más idóneo, uno de redes neuronales aplicado a la serie de los depósitos, y el modelo híbrido. Es importante continuar con la evaluación de estos modelos para validar si la mayoría logran predecir la misma tendencia de la predicción.

Con la mejora obtenida en la predicción de series temporales por la aplicación de la metodología propuesta, se recomienda a la institución financiera expandir su uso a otras variables de análisis. Incluso, en la gestión del Riesgo de Liquidez se encuentran muchas variables en las que se puede aplicar esta metodología como son: concentración, volatilidad, estabilidad, distribución de vencimientos inciertos en bandas, renovación de pasivos y cartera, etc. La metodología presentada, en realidad tiene innumerables aplicaciones, no solo en la gestión del riesgo de liquidez, sino también por ejemplo en el riesgo de crédito, como es la predicción del comportamiento de pago de clientes (probabilidad de incumplimiento).

Por último, se recomienda a los analistas y lectores del presente estudio realizar investigaciones sobre las nuevas tendencias y metodologías estadísticas utilizadas para

la predicción de series de tiempo. Si bien los resultados obtenidos son satisfactorios, podrían existir nuevos desarrollos que mejoren aún más las estimaciones.

Bibliografía

- Basel Comitee on Banking Supervision. *Basel III: A global regulatory framework for more resilient banks and banking systems*. Basilea: Bank for international settlements, 2011.
- Basel Commitee on Banking Supervision. *International regulatory framework for banks (Basel III)*. Basilea: Bank for International Settlements, 2011.
- Basel Committe on Banking Supervision. *Basel III: The liquidity coverage ratio and liquidity risk monitoring tools*. Basilea: Bank for international settlements, 2013.
- Basel III: the net stable funding ratio*. Basilea: Bank for international settlements, 2014.
- Boada, Roberto, y Edison Castillo. *Determinación del valor en riesgo utilizando modelos arima-garch. Aplicaciones a series financieras ecuatorianas*. Quito, 2004.
- Box, G., G. Jenkins, y G. Reinsel. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. USA: Prentice Hall, 1994.
- Box, George, y Gwilym Jenkins. *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. San Francisco: Holden-Day, 1970.
- EViews. *User's Guide*. Irvine: IHS Global Inc, 2014.
- Flórez Lopez, Raquel, y José Miguel Fernández Fernández. *Las redes neuronales artificiales, fundamentos teóricos y aplicaciones prácticas*. Coruña: Netbiblio, 2008.
- Foix, Christian, y Richard Weber. *Pronóstico del precio del cobre mediante redes neuronales*. Santiago de Chile: Revista de Ingeniería de Sistemas, 2007.
- Hakan, Cagdas. *Advances in time series forecasting*. Ankara: Bentham eBooks, s.f.
- Hinton, Geoffrey, y Terrence Sejnowski. *Unsupervised learning. Foundations of neural computation*. Massachusetts: The MIT Press, 1999.
- Larraín, Christian. *Basilea, la crisis financiera y la institucionalidad regulatoria en Chile. Propuesta de Reforma*. Santiago de Chile: Asociación de Bancos e Instituciones Financieras de Chile S.A., 2015.
- López, Raquel, y Fernández José. *Las Redes Neuronales*. La Coruña: Netbiblio, 2008.

- Matich, Damián Jorge. *Redes Neuronales: Conceptos básicos y aplicaciones*. Rosario, 2001.
- Mladenov, Valeri, Gunter Palm, y Bruno Appollini. *Artificial Neural Networks and machine learning*. Sofia: Springer, 2013.
- Morettin, Pedro, y Clélia Toloí. *Análise de séries temporais*. Sao Paulo: Abe-Projeto Fisher, 2004.
- Novalés, A. *Econometría*. McGraw-Hill, 1193.
- Pindyck, R., y D. Rubinfeld. *Econometría: Modelos y pronósticos*. México: McGraw-Hill, 2001.
- Priddy, Kevin, y Paul Keller. *Artificial Neural Networks. An introduction*. Bellingham, Washintong: SPIE-The international society for optical engineering, 2005.
- Reed, Russell, y Robert Marks. *Neural Smithing: Supervised learning in feedforward artificial neural networks*. The MIT Press, 1999.
- Sánchez, Paola. Modelado de cambios estructurales en series temporales no lineales utilizando redes neuronales. Tesis de maestría, Medellín, 2005.
- Sarango, Tatiana. *Determinación del VaR de Liquidez en una institución financiera utilizando la teoría de valores extremos*. Quito, 2013.
- Superintendencia de Bancos y Seguros. *Normas generales para las instituciones del sistema financiero*. Quito, 2014.
- Walker, George Alexander. *International Banking Regulation. Law, policy and practice*. Londres: Kluwer Law International, 2001.
- Yegnanarayana, B. *Artificial Neural Networks*. Nueva Deli: Prentice Hall, 2006.
- Zhang, Liqing, Bao-Liang Lu, y James Kwok. *Advances in Neural Networks*. Shangai: Springer, 2010.

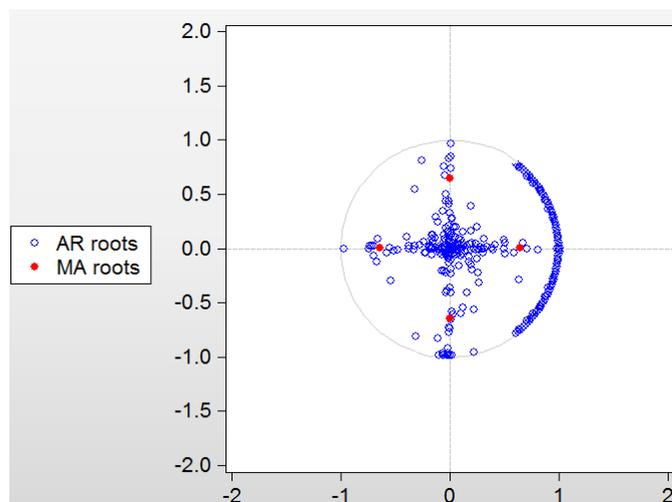
Anexos

Anexo 1. Estacionariedad e Invertibilidad de los procesos autorregresivos y de medias móviles

Para determinar que el modelo encontrado satisface ciertas características y supuestos de la metodología ARIMA, se debe realizar pruebas sobre las raíces de los polinomios característicos de los procesos autorregresivos y de medias móviles, con el fin de determinar si los mismos son estacionarios e invertibles, respectivamente. Siendo así, se verifica que las raíces de ambos polinomios se encuentren dentro del círculo de radio uno. Es por esta razón, que se determina gráficamente si se cumple con esta validación. A continuación se presenta la salida de esta prueba realizada en el paquete estadístico EViews

Gráfico 28.

Raíces de los polinomios característicos AR / MA



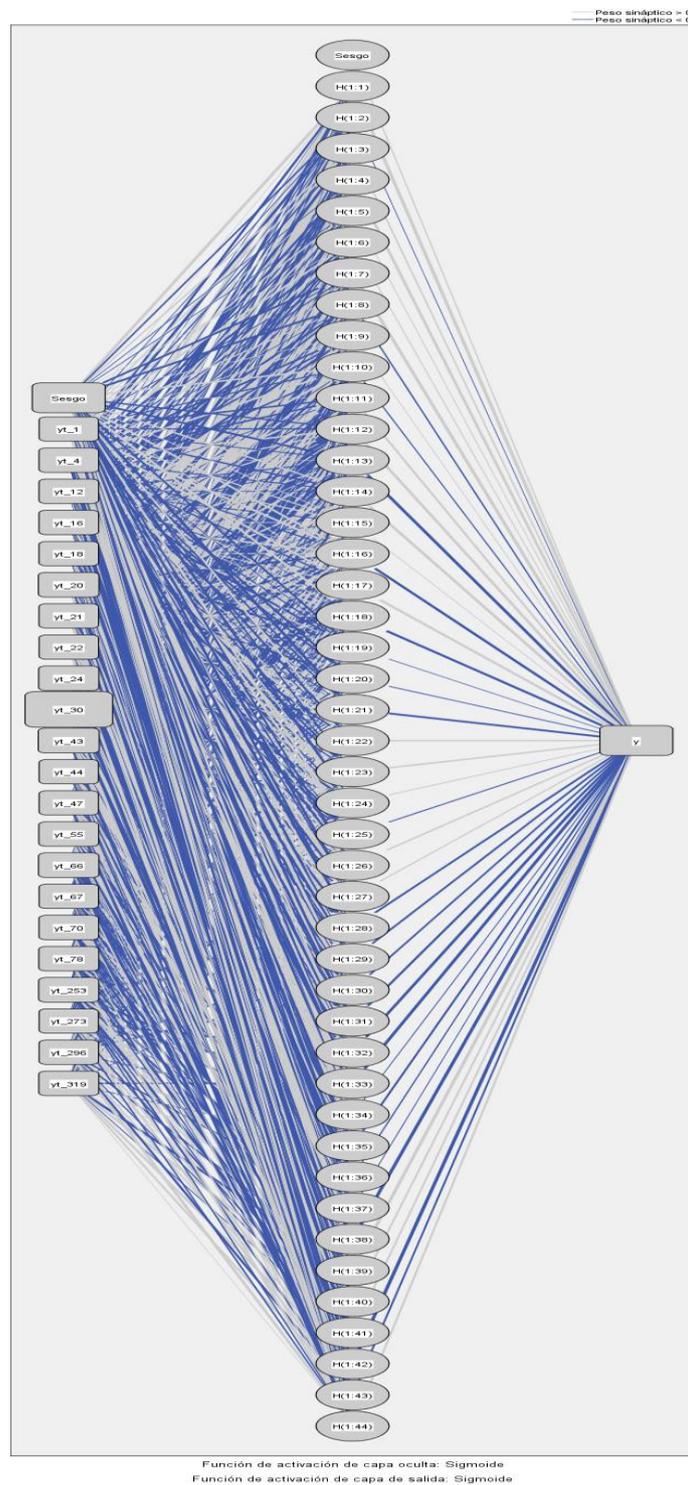
Fuente: Software EViews

Elaboración: El autor

Como se puede observar, las raíces de los polinomios característicos se encuentran dentro del círculo unitario, por tal razón, se concluye que el modelo ARIMA seleccionado es estacionario e invertible.

Anexo 2. Resultados Red Neuronal Artificial. Serie estimada: depósitos

Diagrama de red



Fuente: SPSS

Elaboración propia

Pesos sinápticos de la capa de entrada

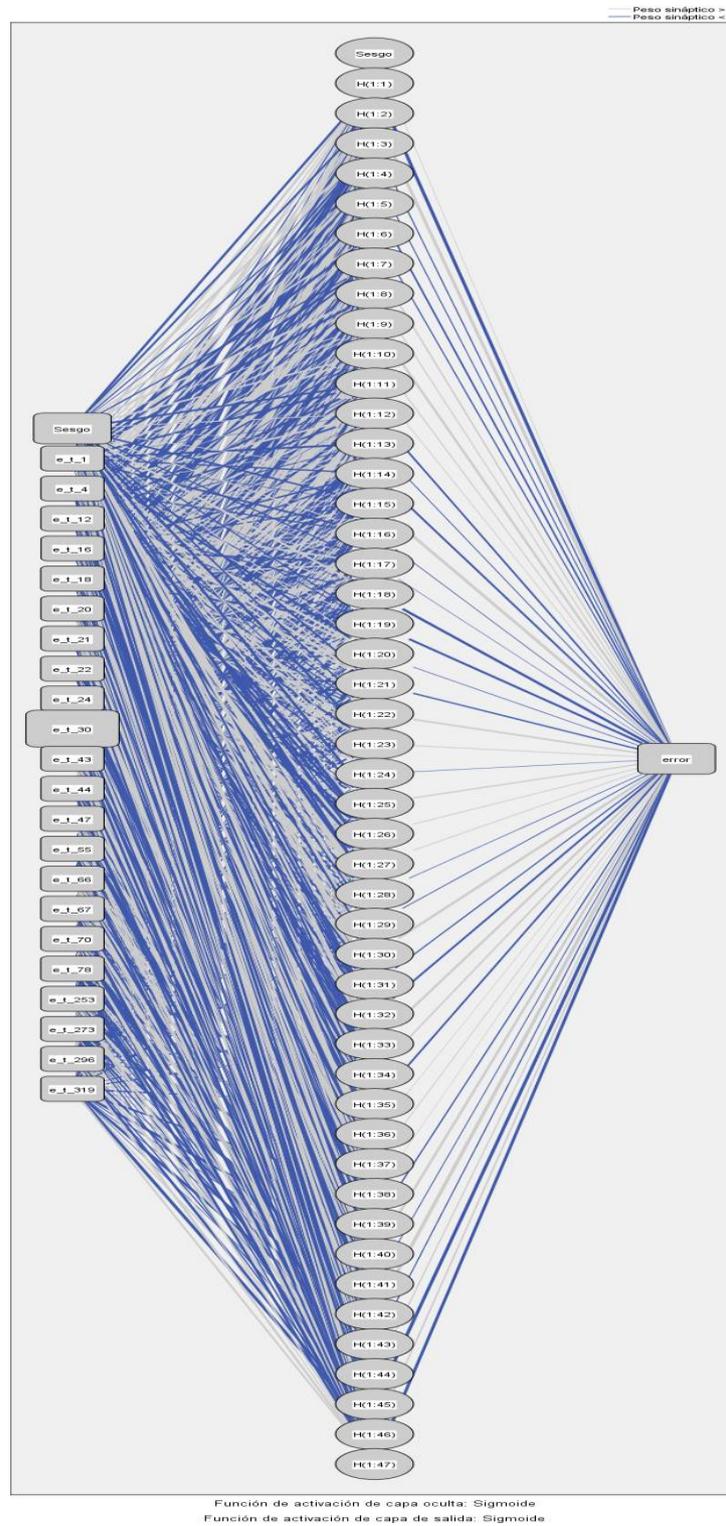
	(Sesgo)	yt-1	yt-4	yt-12	yt-16	yt-18	yt-20	yt-21	yt-22	yt-24	yt-30	yt-43	yt-44	yt-47	yt-55	yt-66	yt-67	yt-70	yt-78	yt-253	yt-273	yt-296	yt-319
H(11)	,545	,020	-,333	-,015	,462	,200	-,359	-,043	-,215	,337	,850	-,188	,179	-,203	,206	,284	-,385	-,185	,247	-,198	-,170	,170	,155
H(12)	-,227	-,053	-,431	-,046	-,082	-,173	,179	-,003	-,337	,436	,398	,277	,464	,401	-,163	-,079	,486	,532	,463	-,071	-,425	,524	-,316
H(13)	,219	,231	-,180	,029	-,441	,012	,047	,126	-,286	,170	-,217	-,149	,042	-,518	,284	-,541	-,043	-,042	-,544	-,159	-,501	-,405	,288
H(14)	-,060	-,090	,032	-,341	-,217	-,141	-,161	-,118	,174	,187	,264	-,086	,269	,375	-,042	-,209	-,308	,048	,458	-,375	,339	,190	,428
H(15)	-,069	,211	-,184	,240	-,152	,114	-,266	-,360	,108	,028	,412	-,262	,431	,043	,124	,396	-,063	-,394	-,156	-,032	-,008	-,292	,489
H(16)	,035	,316	-,357	,301	-,279	-,283	-,133	,162	,039	-,015	-,158	,383	,197	,289	-,027	-,242	-,139	,116	-,420	,062	,251	,138	-,187
H(17)	-,401	-,134	-,147	,134	,067	,013	,499	-,280	-,081	,200	,414	,456	-,383	,200	,526	-,345	-,401	,182	-,468	-,335	,251	,452	-,237
H(18)	-,482	,189	-,059	-,352	-,264	,221	-,189	,208	,152	,324	,302	-,458	-,460	,192	,198	,462	-,273	,284	-,061	-,536	-,468	-,238	,248
H(19)	,066	,082	-,363	-,301	-,387	,427	,240	,060	-,022	-,290	-,277	,195	,434	,477	,053	,489	,192	,415	,224	-,004	-,307	,034	,008
H(110)	,388	-,259	,433	-,304	,444	-,103	,318	-,348	-,068	,277	,154	-,165	-,353	,012	-,270	,116	-,394	-,448	,081	-,275	-,041	,261	-,431
H(111)	,020	-,380	-,387	-,093	,414	-,166	-,411	-,036	,314	,196	,095	-,365	-,491	-,479	-,350	-,269	-,223	,184	,149	-,303	,182	-,179	-,352
H(112)	-,318	-,301	,358	,272	,262	,117	,023	,181	,027	-,377	,033	-,072	-,257	,285	-,322	,322	,138	-,035	,283	,015	,423	-,545	-,257
H(113)	-,521	-,200	,011	-,240	-,152	,261	,100	,384	-,083	-,383	-,543	,078	,235	-,350	,033	,248	-,247	,070	-,122	,443	-,039	,187	-,366
H(114)	,302	-,346	-,241	-,123	-,040	-,030	-,021	,338	-,332	,043	,693	,309	,158	,135	-,143	,046	,467	-,003	,403	-,430	-,441	,145	,324
H(115)	,085	,238	,269	-,196	,127	-,124	,077	-,045	-,341	-,087	-,071	,335	,324	,168	,338	-,037	,077	,182	-,224	,338	-,391	-,287	,253
H(116)	,362	,451	-,226	,014	,449	,190	-,511	,301	-,423	-,298	-,472	,316	-,460	-,089	,044	-,088	,108	-,449	,247	-,037	-,367	,038	,516
H(117)	,111	,356	-,265	-,114	,200	,089	,220	-,213	,344	-,011	,611	,041	-,076	-,279	-,381	-,390	,275	-,485	-,021	-,164	,196	-,426	,289
H(118)	,394	-,022	,126	,086	,373	,040	,185	,248	-,290	,553	-,330	-,063	-,057	,150	-,223	,077	-,414	-,389	,366	-,306	,180	-,150	-,252
H(119)	-,295	-,057	-,197	-,378	,153	-,470	,134	,130	,188	-,017	,109	,056	-,058	,282	,188	-,204	,186	-,299	-,132	-,335	-,396	,222	,109
H(120)	,003	-,342	-,294	,002	-,043	,154	-,402	-,117	,352	-,233	,077	,395	-,032	-,244	,477	-,266	,259	,008	-,476	,299	-,124	,029	-,185
H(121)	-,507	-,222	-,198	,078	-,130	-,016	,483	-,004	,376	,218	-,601	-,032	-,083	,373	-,449	-,133	-,181	,204	,097	-,293	,366	-,074	-,206
H(122)	,241	-,291	-,067	,046	,371	-,338	-,097	-,284	,297	,341	-,073	,072	,289	,346	,286	-,265	-,031	,247	-,132	-,265	,531	,508	,205
H(123)	-,203	,077	-,163	-,304	-,313	,131	-,246	,460	,484	-,079	,265	,160	-,168	,010	,194	-,008	-,098	,412	-,085	-,151	-,235	,087	,235
H(124)	-,416	,112	,420	,026	-,185	-,147	,439	-,413	,451	-,318	,046	,102	-,099	,225	-,392	,132	-,389	,186	,523	-,315	,241	,369	-,204
H(125)	,307	,329	,153	,049	-,120	-,274	-,341	-,208	-,309	-,228	-,028	-,463	,185	-,297	-,270	-,184	-,303	,432	-,356	,013	,145	-,232	,244
H(126)	-,255	-,169	,137	-,322	,280	,090	,461	-,060	,314	-,095	,040	,058	,350	,031	-,111	-,406	,006	,426	-,239	-,140	-,233	,210	,189
H(127)	-,340	-,183	,243	,509	-,315	,096	-,208	,087	,054	-,254	-,001	,248	,448	-,050	-,416	,328	,122	-,369	-,309	-,142	,302	,354	,298
H(128)	-,334	-,458	,269	,101	,242	-,354	,245	-,152	-,422	-,209	-,537	,408	,343	,380	-,050	-,184	,468	,456	,337	-,410	,332	,049	,197
H(129)	,101	-,375	,553	-,386	,120	-,177	-,312	-,111	,547	,207	,213	-,280	-,339	-,021	,259	,131	-,010	-,093	-,271	-,292	,147	-,145	-,216
H(130)	-,213	,406	-,131	,250	,447	-,212	,242	-,417	,196	-,153	-,416	,336	-,252	,043	,332	-,165	-,423	-,470	-,023	-,016	-,002	-,405	,210
H(131)	-,446	,308	-,324	-,283	,022	-,116	-,357	,125	,494	-,085	-,424	-,392	-,104	-,023	,009	-,042	,223	,058	-,244	-,012	-,008	,379	,082
H(132)	,290	,162	-,481	,314	-,045	,108	,330	-,577	-,054	,066	-,597	,381	,272	-,465	,216	-,398	,197	-,341	,134	,233	-,510	,421	,325
H(133)	-,254	,262	-,419	-,456	,202	,443	,438	,280	,097	-,046	-,548	,043	,191	,374	-,040	-,355	-,124	,051	-,136	-,087	-,429	,382	-,447
H(134)	-,023	-,410	,313	,127	,426	,246	,040	-,027	,446	,290	,446	-,253	,199	,540	,315	-,425	-,019	,501	,127	-,395	,447	-,251	,010
H(135)	,289	,117	-,371	-,125	-,424	-,129	,172	-,041	,056	-,108	-,314	,387	,318	-,082	,297	-,330	,355	,421	-,030	-,401	-,066	,469	-,152
H(136)	,114	-,421	-,130	,279	-,445	-,240	-,348	-,348	,059	-,146	-,114	,426	-,123	,318	-,421	-,462	-,434	,374	,344	,461	,434	,465	,179
H(137)	-,237	-,258	,013	-,074	-,282	,060	-,188	,287	,233	-,305	,095	,259	,085	,306	-,271	-,193	-,257	,216	-,029	-,156	-,022	-,270	,119
H(138)	,276	-,407	,608	,311	,286	,475	-,202	-,291	,461	-,384	-,772	-,136	-,136	,166	,469	,078	,238	-,251	-,220	-,310	,202	,131	,060
H(139)	,042	,222	-,133	-,032	-,156	,484	-,245	-,097	-,088	-,126	,534	,381	,023	,193	,276	-,265	-,253	-,415	-,253	,505	,171	-,273	-,507
H(140)	-,085	,022	-,416	-,320	,031	-,137	,061	-,491	-,397	,286	,281	,266	,340	,211	,461	-,158	,096	-,101	,012	,253	,174	,087	,423
H(141)	-,279	,257	-,060	-,397	-,151	,063	,233	,376	-,425	-,059	-,281	,129	-,303	-,050	-,409	-,370	-,033	-,335	-,320	-,516	-,240	-,129	-,081
H(142)	,070	,288	-,209	-,183	-,124	-,158	-,341	-,045	-,220	,599	-,704	,052	,292	-,022	,109	-,115	-,026	-,049	-,141	-,148	,320	,221	,354
H(143)	-,061	,171	-,444	-,325	-,055	,371	-,220	,364	-,001	-,491	,127	-,082	-,043	,357	,058	-,386	-,362	-,029	,019	-,268	,294	-,321	,298
H(144)	,315	,083	-,306	,091	,019	-,038	,364	,106	,419	-,025	,217	-,291	-,206	-,381	,040	,202	,079	,137	,349	-,152	-,185	,455	,024

Pesos sinápticos de la capa de salida

(Sesgo)	H(11)	H(12)	H(13)	H(14)	H(15)	H(16)	H(17)	H(18)	H(19)	H(110)	H(111)	H(112)	H(113)	H(114)	H(115)	H(116)	H(117)	H(118)	H(119)	H(120)	H(121)	H(122)	
,130	,793	-,030	,180	,401	,062	,094	,642	-,157	,049	-,119	,298	,458	-,694	,608	,068	-,522	,524	-,617	-,071	-,153	-,555	,348	
H(123)	H(124)	H(125)	H(126)	H(127)	H(128)	H(129)	H(130)	H(131)	H(132)	H(133)	H(134)	H(135)	H(136)	H(137)	H(138)	H(139)	H(140)	H(141)	H(142)	H(143)	H(144)		
,401	,189	-,187	,319	,212	-,340	-,312	-,271	-,353	-,460	-,606	-,067	-,278	-,138	-,057	-,823	,630	,245	,240	-,898	-,222	,265		

Anexo 3. Resultados Red Neuronal Artificial. Serie estimada: errores modelo ARIMA (depósitos)

Diagrama de red



Fuente: SPSS
Elaboración propia

Pesos sinápticos de la capa de entrada

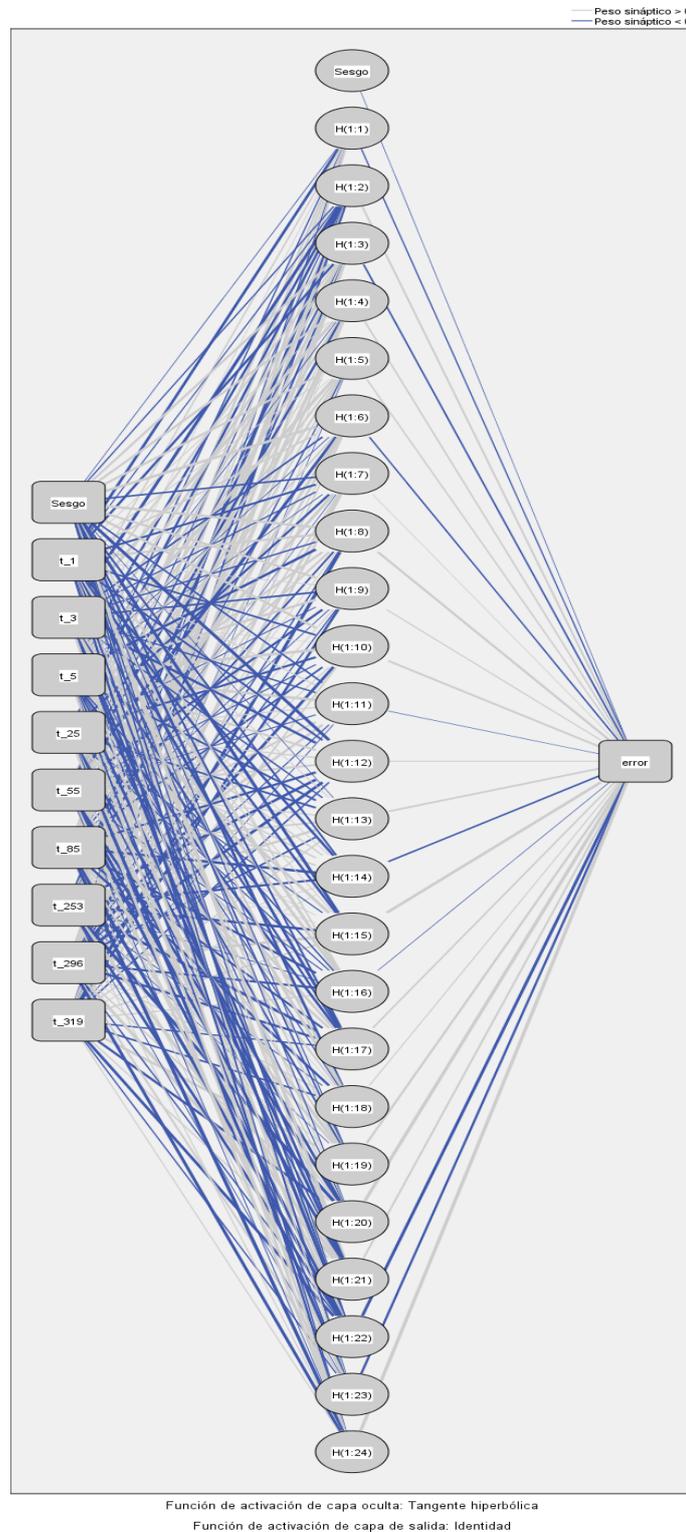
	(Sesgo)	et-1	et-4	et-12	et-16	et-18	et-20	et-21	et-22	et-24	et-30	et-43	et-44	et-47	et-55	et-66	et-67	et-70	et-78	et-253	et-273	et-296	et-319
H(11)	-310	,298	,105	,355	-,091	,182	-,062	,154	,270	,135	-,477	-,185	-,020	,161	-,132	,058	-,023	,285	-,195	,213	-,297	,443	-,180
H(12)	-,244	,021	,167	,248	,116	-,185	,238	,292	,390	-,194	,295	-,164	,403	,163	-,118	-,034	,183	-,201	,236	,011	-,216	-,163	,213
H(13)	,317	-,006	-,218	-,310	-,334	-,303	,009	-,419	-,217	,296	-,363	,383	,143	,259	,038	-,448	-,022	,438	,410	,270	-,317	-,305	,010
H(14)	-,135	,160	,439	-,212	,194	-,099	-,216	-,016	-,078	,511	,232	,005	,030	-,408	,018	,023	,510	,262	-,485	-,431	,332	,412	-,207
H(15)	-,042	,104	,200	-,480	,221	,188	,022	-,180	,062	,289	,019	-,391	-,073	,501	-,171	-,270	,237	-,213	-,044	-,313	,318	,075	-,047
H(16)	,267	-,402	,154	,106	-,326	-,150	-,269	,323	,340	,399	-,065	,346	-,287	-,026	,094	-,388	,272	,368	,180	-,449	-,266	-,098	,193
H(17)	-,185	-,330	-,259	,387	-,014	-,233	,048	,243	-,041	,357	,133	-,251	-,077	-,427	,212	-,123	-,330	-,274	,369	,257	,390	-,122	-,103
H(18)	,429	-,394	,174	-,154	,410	-,379	-,134	,237	-,098	-,491	,202	-,076	-,214	,382	,072	-,356	,098	-,048	-,046	,405	,235	,389	-,080
H(19)	,096	,215	,075	-,271	,112	,075	,152	,254	-,178	,021	,326	-,169	-,048	,102	-,389	,216	,447	,029	-,023	-,108	-,178	,087	-,167
H(110)	,319	,391	-,074	-,232	-,026	-,126	-,352	,146	,133	-,116	,324	,473	,098	,271	,324	,160	,076	,146	,301	-,369	-,230	,450	-,165
H(111)	-,412	-,441	,005	-,432	-,069	-,249	,360	-,394	,386	,020	,249	,027	,296	-,180	-,464	,011	,397	,237	,060	,206	,028	-,019	-,262
H(112)	,135	-,004	,375	-,342	,358	-,010	,101	-,389	,389	-,034	-,279	,433	,250	,142	-,224	,259	,238	-,430	,133	,042	,022	,178	-,362
H(113)	,028	-,482	,065	-,142	,213	,274	,202	,032	,502	-,100	-,215	-,429	-,447	-,049	-,088	,095	-,293	,072	,168	-,377	,471	,083	,063
H(114)	,104	-,259	,053	,091	-,280	-,276	,122	,146	-,145	-,177	-,400	,204	-,187	-,203	-,239	-,234	,221	-,085	-,324	-,203	-,270	-,279	-,173
H(115)	-,322	-,035	,080	,047	-,206	,409	,130	,077	,085	,252	,441	-,063	-,080	,089	,184	,109	-,266	-,118	-,206	,018	-,242	-,148	-,107
H(116)	,149	-,366	-,232	,037	,087	,199	-,325	-,216	,121	-,511	,111	,374	,456	,168	-,224	,002	,453	,420	-,460	-,017	-,157	,376	-,197
H(117)	-,173	,086	,121	,431	-,426	,268	,169	,042	,463	-,415	,311	,093	-,346	-,163	-,129	,146	,165	-,369	-,160	-,480	,441	-,391	,118
H(118)	,331	-,006	,163	-,191	-,020	,253	,038	-,122	,162	,008	-,391	-,238	-,239	-,275	,116	-,390	,403	-,025	,444	,188	-,252	-,461	,232
H(119)	-,169	-,108	,127	-,122	-,098	-,528	-,087	,098	,073	,108	-,139	-,123	,125	,168	,289	-,115	-,007	,053	,210	-,288	-,062	-,083	-,063
H(120)	,092	-,352	,426	,407	,066	,198	,270	,410	-,409	,002	-,250	,287	,265	-,162	,186	-,344	,177	-,277	,356	,499	,012	-,423	-,457
H(121)	-,234	,202	,497	,348	,070	-,102	,070	,389	-,270	,259	-,308	-,016	,204	,190	,066	-,337	,234	,222	,170	,106	,105	-,087	-,283
H(122)	-,181	,222	-,104	-,156	-,115	-,177	-,047	-,217	,150	,087	,321	-,109	-,398	,255	-,225	-,253	-,128	-,021	-,395	,046	-,114	-,122	,218
H(123)	-,355	-,087	,296	,236	-,297	,481	-,088	,010	-,088	,319	,525	-,274	-,304	-,123	,128	-,099	-,300	,019	,292	,104	-,335	,264	-,379
H(124)	,092	,178	,219	,263	-,154	-,008	,413	,086	,411	-,435	-,001	-,431	,267	-,186	,253	-,349	,331	,042	-,048	,412	-,072	-,077	,456
H(125)	-,356	-,007	,080	-,255	,042	-,068	-,109	-,322	,186	,188	,412	-,148	-,436	-,248	,226	-,009	,144	,462	-,200	-,277	-,002	,044	-,332
H(126)	,180	-,367	-,337	-,326	,219	-,392	-,573	-,309	,303	,155	,399	,214	,042	,329	-,299	,411	,582	-,307	,031	,328	,136	-,187	,246
H(127)	-,125	-,390	,382	-,493	,191	,272	,379	-,245	-,300	-,404	,457	,097	,089	-,286	-,298	-,470	,277	,380	,423	,400	-,360	-,275	-,054
H(128)	-,366	-,440	,461	,470	,178	,245	-,191	,475	-,190	-,106	-,117	-,365	-,006	,219	-,366	-,441	,494	-,403	,236	-,088	,290	-,450	,143
H(129)	-,013	,454	-,184	,067	-,035	,118	-,279	,296	-,198	,433	-,221	-,378	-,272	,067	,086	-,325	,267	,101	-,430	,226	-,297	,334	-,501
H(130)	,479	-,253	,091	,136	,163	,113	-,077	,144	-,393	,056	,224	,106	,257	-,264	-,358	,187	,106	-,293	-,068	,258	,131	,134	,379
H(131)	,422	,431	-,008	,272	,091	-,273	,056	,051	-,233	,356	-,452	-,016	-,297	-,340	,115	,452	-,329	,106	,320	,363	-,503	,229	,358
H(132)	-,208	-,277	-,189	-,237	-,120	-,031	-,343	,137	-,059	,035	-,283	,119	,244	,483	-,186	-,447	,372	,216	,197	,106	,022	-,036	-,186
H(133)	,307	,194	-,003	,318	,013	-,191	-,318	-,161	-,192	,286	,272	,330	-,240	,316	,479	-,190	-,208	-,041	,141	,058	-,146	-,255	-,294
H(134)	-,232	-,032	-,283	-,029	-,278	-,283	,158	,227	-,276	-,067	,372	,254	-,016	-,464	-,345	,221	,201	-,288	,310	-,051	-,172	,307	,394
H(135)	-,215	,051	,313	-,246	-,255	,278	-,289	,484	-,132	,354	-,408	-,074	-,055	,346	,190	,365	,074	-,311	-,438	-,119	,015	-,316	-,369
H(136)	-,166	-,106	,041	-,262	-,044	-,401	,349	,341	,232	,101	-,317	-,177	-,257	-,419	-,385	-,135	-,080	-,043	-,323	,290	,448	,308	-,005
H(137)	,467	,149	,315	-,373	-,385	,209	-,051	-,190	,354	,055	,270	-,343	,302	,423	,493	,534	,063	-,075	,023	,104	,027	,070	,117
H(138)	-,088	,146	,136	,166	,294	-,304	,320	,461	-,289	-,388	,290	,195	-,235	,029	,415	-,272	,031	,382	-,293	-,043	-,166	,048	-,347
H(139)	,233	-,010	-,144	-,123	-,214	-,375	-,389	,428	,131	-,355	-,354	,303	-,043	-,241	,082	,314	-,073	-,285	-,258	-,053	-,004	,058	,095
H(140)	-,166	,223	,067	-,185	-,225	-,399	-,160	,218	,261	,057	,241	-,299	-,329	,372	,000	,061	,376	,314	-,210	,378	,359	,046	-,466
H(141)	,331	,187	-,147	,151	,245	-,289	,382	-,349	,343	-,355	-,162	,462	,217	-,027	-,097	,070	-,131	,213	-,361	-,070	-,451	,137	-,087
H(142)	,031	,042	,236	-,231	-,138	-,089	-,166	,077	,024	,039	,284	,039	,204	,097	,015	-,229	-,001	,177	,203	-,322	-,051	-,011	-,040
H(143)	-,260	-,168	,339	-,092	,089	,479	,296	-,338	,011	,123	-,071	,193	-,061	-,391	,145	,507	-,284	-,301	,141	,254	-,267	-,272	-,441
H(144)	,243	,023	-,182	-,159	,393	-,160	,265	,205	-,220	-,177	-,139	,448	,050	-,388	,324	-,437	,551	-,450	-,184	-,084	-,171	,375	-,019
H(145)	,292	-,258	-,373	-,109	,048	-,102	-,209	,136	-,221	,194	-,470	-,177	,047	,011	-,009	,492	-,027	-,146	-,097	,001	-,020	-,125	,168
H(146)	,144	-,411	-,248	,327	,104	,231	-,032	,124	-,066	,176	,335	-,128	-,230	,178	-,133	,087	,324	,528	-,322	,330	-,114	-,352	-,511
H(147)	-,184	,180	-,062	-,165	-,070	-,051	,223	-,195	-,104	-,195	-,300	,245	-,221	,141	-,254	,038	-,468	-,087	-,300	,168	,077	,285	,220

Pesos sinápticos de la capa de salida

(Sesgo)	H(11)	H(12)	H(13)	H(14)	H(15)	H(16)	H(17)	H(18)	H(19)	H(110)	H(111)	H(112)	H(113)	H(114)	H(115)	H(116)	H(117)	H(118)	H(119)	H(120)	H(121)	H(122)	H(123)
,007	-,417	,377	-,077	-,065	-,165	-,092	,141	,077	,285	,086	,038	-,189	-,055	-,241	,548	-,041	-,003	-,478	-,381	-,058	-,244	,375	,152
H(124)	H(125)	H(126)	H(127)	H(128)	H(129)	H(130)	H(131)	H(132)	H(133)	H(134)	H(135)	H(136)	H(137)	H(138)	H(139)	H(140)	H(141)	H(142)	H(143)	H(144)	H(145)	H(146)	H(147)
-,024	,256	,134	,114	-,048	-,088	,456	-,129	-,257	,320	,187	-,216	,003	,051	,002	-,106	,297	-,045	,724	-,076	,098	-,425	,152	-,364

Anexo 4. Resultados Red Neuronal Artificial. Serie estimada: errores modelo ARIMA (cartera)

Diagrama de red



Fuente: SPSS

Elaboración propia

Pesos sinápticos de la capa de entrada

	(Sesgo)	et-1	et-3	et-5	et-25	et-55	et-85	et-253	et-296	et-319
H(1:1)	-0,00146	0,20151	-0,25426	0,33509	0,35550	-0,28824	-0,24208	-0,51693	0,06421	0,28736
H(1:2)	-0,37118	0,41029	0,06933	0,06036	0,45973	-0,21260	-0,16858	-0,42306	0,13197	0,29490
H(1:3)	-0,36834	-0,42405	0,21731	0,21404	-0,13122	0,18203	-0,36978	-0,20868	0,39373	-0,47591
H(1:4)	0,36779	-0,40302	0,34174	-0,18280	0,30490	-0,24775	0,17448	0,25168	0,00500	-0,35607
H(1:5)	0,32311	-0,23933	-0,09013	0,47243	-0,13051	-0,26440	-0,37809	0,05757	-0,38872	0,29187
H(1:6)	-0,49920	-0,22146	-0,12606	-0,41839	0,19495	0,03453	-0,26094	-0,50102	0,16090	0,20572
H(1:7)	0,16916	0,40099	-0,22393	-0,46215	0,18388	0,08223	0,29058	-0,21152	0,18325	-0,45950
H(1:8)	0,34869	-0,18641	0,38957	-0,11581	0,07160	0,41645	-0,05313	0,46153	0,28345	-0,40579
H(1:9)	-0,45444	0,37396	0,01955	-0,05252	-0,26720	0,45676	0,47709	0,42608	-0,30408	-0,20940
H(1:10)	-0,17554	-0,14268	-0,48893	-0,23815	-0,21677	-0,11905	-0,01344	0,14244	0,11486	-0,04629
H(1:11)	0,05552	0,00120	0,06294	0,38170	0,08449	0,14741	-0,01421	-0,25659	0,37496	-0,01514
H(1:12)	0,33559	-0,44792	-0,16183	0,29860	-0,22620	-0,03629	0,43620	-0,22872	0,36930	0,44999
H(1:13)	0,40247	0,33613	-0,34009	-0,07547	0,45358	0,26769	-0,29882	-0,48677	0,14557	0,15500
H(1:14)	-0,34720	-0,12733	-0,14030	0,10566	0,10466	0,24741	-0,09178	0,31982	-0,04621	0,11086
H(1:15)	-0,30360	-0,09180	-0,18125	0,18282	-0,19296	-0,21071	-0,31212	0,12603	-0,32542	0,05229
H(1:16)	-0,17687	0,00973	0,01530	-0,10749	0,12887	-0,34746	0,32987	-0,40464	-0,30250	-0,06217
H(1:17)	-0,08935	-0,03475	0,09633	-0,30532	-0,40698	-0,39888	0,49067	0,27341	-0,49080	0,09283
H(1:18)	-0,10892	-0,23878	-0,21464	-0,34279	-0,35176	-0,11173	0,29335	0,27747	0,33014	-0,39309
H(1:19)	-0,39240	0,33488	0,17531	-0,00498	0,23859	-0,32680	-0,08962	-0,01456	-0,41612	-0,24318
H(1:20)	-0,21346	0,22175	-0,01436	0,51217	-0,29744	0,44368	0,21751	0,08134	-0,24958	-0,08762
H(1:21)	-0,11203	0,31795	0,37535	0,07758	0,06012	0,22112	-0,13141	0,16702	-0,43364	0,44948
H(1:22)	-0,14225	0,32080	0,38456	-0,08221	0,49454	0,24437	-0,12155	-0,16427	0,13591	0,35870
H(1:23)	0,13717	-0,06479	-0,19416	-0,40365	0,41668	-0,01668	-0,26488	0,03888	-0,06898	-0,02968
H(1:24)	0,15825	0,17357	0,15314	0,39761	-0,45128	0,04867	-0,31540	0,25757	-0,18974	0,38203

Pesos sinápticos de la capa de salida

(Sesgo)	H(1:1)	H(1:2)	H(1:3)	H(1:4)	H(1:5)	H(1:6)	H(1:7)	H(1:8)	H(1:9)	H(1:10)	H(1:11)	H(1:12)
0,00751134	-0,46675056	0,29473643	-0,01219288	-0,22174043	0,28147663	-0,31084158	0,20585204	0,1289145	-0,08374261	0,4923448	0,12762031	0,1562382
H(1:13)	H(1:14)	H(1:15)	H(1:16)	H(1:17)	H(1:18)	H(1:19)	H(1:20)	H(1:21)	H(1:22)	H(1:23)	H(1:24)	
-0,06201895	-0,06079955	0,17553392	0,06492286	-0,01968947	-0,30918075	0,10439227	-0,31137511	0,27742335	0,116498	-0,30759644	-0,39602487	

Anexo 5. Test de Dickey-Fuller aumentado⁷

Se considera un proceso AR(1), es decir,

$$y_t = \rho y_{t-1} + \delta x_t + \varepsilon_t$$

donde x_t es una variable exógena opcional, ρ y δ son parámetros a estimar y ε_t es el término del error que se asume que es proceso ruido blanco. Si $|\rho| \geq 1$, y es una variable no estacionaria (dado que ρ es el coeficiente de autocorrelación) y la varianza de y se incrementa con el tiempo. Si $|\rho| < 1$, y es una serie estacionaria.

El test de Dickey-Fuller Simple (DF) evalúa la ecuación anterior, y subtrae a cada lado de la ecuación el término y_{t-1} , obteniéndose

$$\Delta y_t = \alpha y_{t-1} + \delta x_t + \varepsilon_t$$

donde $\alpha = \rho - 1$. La hipótesis nula a evaluarse es $H_0: \alpha = 0$ (serie no estacionaria) y se evalúa usando el estadístico t para α :

$$t_\alpha = \hat{\alpha} / ee(\hat{\alpha})$$

donde $\hat{\alpha}$ es la estimación de α , y $ee(\hat{\alpha})$ es el error estándar. Aunque el test calcula un estadístico t sobre el valor estimado de α , bajo la hipótesis nula de existencia de una raíz unitaria, este estadístico no tiene la distribución convencional de la t-Student. Por ello, Dickey y Fuller simularon los valores críticos para una selección de distintos tamaños muestrales, simulación ampliada posteriormente por MacKinnon. Estas son las tablas que se utilizan para determinar los valores críticos del test DF

La prueba de raíz unitaria Dickey-Fuller Simple descrita sólo es válida si la serie es un proceso AR(1). Si la serie está correlacionada en rezagos de orden superior, el supuesto que el error es ruido blanco no se cumple. La prueba de Dickey-Fuller Aumentada (ADF) valida si la correlación es de orden superior suponiendo que la serie es un proceso AR(p). Para ello, el test ADF añade términos diferenciados de la variable dependiente y en el lado derecho de la regresión:

$$\Delta y_t = \alpha y_{t-1} + \delta x_t + \beta_1 \Delta y_{t-1} + \beta_2 \Delta y_{t-2} + \dots + \beta_p \Delta y_{t-p} + v_t$$

Un resultado importante obtenido por Fuller es que la distribución asintótica del estadístico t sobre α es independiente del número de retardos de la serie en primeras diferencias incluidos en la regresión del test ADF. Además, aunque la asunción de que y sigue un proceso autorregresivo puede parecer restrictiva, lo cierto es que Said y Dickey (1984) demostraron que el test ADF continúa siendo válido incluso cuando la

⁷ Basado en la guía del usuario del programa estadístico EViews

serie presenta un componente de medias móviles (MA), dado que se aumentan en la regresión el número suficiente de términos de diferencias retardadas.

Anexo 6. Método del gradiente conjugado

El método del gradiente conjugado es un algoritmo para resolver numéricamente los sistemas de ecuaciones lineales cuyas matrices son simétricas y definidas positivas. Es un método iterativo, así que se puede aplicar a los sistemas dispersos que son demasiado grandes para ser tratados por métodos directos como la descomposición de Cholesky. Tales sistemas surgen frecuentemente cuando se resuelve numéricamente las ecuaciones en derivadas parciales. El método del gradiente conjugado se puede utilizar también para resolver los problemas de optimización sin restricciones como la minimización de la energía .

En el aprendizaje del Perceptrón, el sistema de desigualdades a resolver es el siguiente

$$y(k)^T w > 0 ; k = 1, 2, \dots, p$$

donde $y(k)$ es

$$y(k) = \begin{cases} p(k) & \text{si } t(k) = 1 \\ -p(k) & \text{si } t(k) = -1 \end{cases}$$

La función objetivo es

$$J(w) = - \sum_{k \in I(w)} y(k)^T w$$

donde $J(w)$ es el conjunto de patrones clasificados incorrectamente utilizando el vector de pesos sinápticos w . Así J nunca es negativo y si dicho conjunto es vacío entonces J alcanza su valor mínimo ($J = 0$).

El proceso iterativo se resume en:

$$\begin{aligned} \nabla J &= \sum_{k \in I(w)} (-y(k)) \\ w(k+1) &= w(k) - \eta(k) \nabla J \\ &= w(k) + \eta(k) \sum_{k \in I(w)} y(k) \end{aligned}$$